

CAPITULO 2.

FORMULACIÓN GENERAL DEL MODELO

◆ **Ecuaciones Constitutivas del Suelo**

◆ **Ecuación de Continuidad del Fluido**

◆ **Acoplamiento entre los Granos del Suelo y el Fluido
del los Poros**

◆ **Teoría de Estados Críticos para el Suelo**

◆ **Modelo Constitutivo Adoptado**

◆ **Comparación Cam-Clay- Modelo Adoptado**

2.1. Ecuaciones Constitutivas del Suelo.

En este apartado, se hará un repaso de las ecuaciones constitutivas del suelo pero sin entrar específicamente en el modelo usado. Esto es, por ahora se tratará al suelo simplemente como un material inelástico.

En notación matricial, las ecuaciones constitutivas para un material elástico lineal puede escribirse de la siguiente forma:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \left(2\hat{\mu}\underline{\underline{I}} + \hat{\lambda}\underline{\underline{m}}\underline{\underline{m}}^T \right) \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (2.1)$$

donde $\underline{\underline{\sigma}}$ y $\underline{\underline{\varepsilon}}$ son vectores cuyos componentes son las tensiones y deformaciones específicas, siendo $\hat{\mu}$ y $\hat{\lambda}$ los coeficientes de Lamé y $\underline{\underline{m}}^T$ es un vector cuyas componentes son las siguientes:

$$\underline{\underline{m}}^T = [1, 1, 1, 0, 0, 0] \quad (2.2)$$

siendo que el superíndice T indica transposición, $\underline{\underline{D}}$ es la matriz constitutiva e $\underline{\underline{I}}$ es la matriz identidad.

Son conocidas las siguientes relaciones:

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} ; \hat{\lambda} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \hat{K} = \hat{\lambda} + \frac{2}{3}\hat{\mu} \quad (2.3)$$

donde E y G son los módulos de elasticidad longitudinal y transversal respectivamente ν es el coeficiente de Poisson y \hat{K} es el coeficiente de compresibilidad volumétrica o de “bulk”.

Las tensiones $\underline{\underline{\sigma}}$ en materiales geológicos pueden ser descompuestas en tensiones efectivas y la presión de los poros, de forma que se puede escribir que :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{m}}p - \underline{\underline{\sigma}}^{\text{Pr}} \quad (2.4)$$

donde $\underline{\underline{\sigma}}'$ contiene las componentes de las tensiones efectivas, p es la presión de los poros y $\underline{\underline{\sigma}}^{\text{Pr}}$ contiene las componentes de las tensiones originadas por las deformaciones debida a la presión de poros.

La convención de signos adoptada para este trabajo es la siguiente :

“p” tiene signo (+) si hay compresión

“ $\underline{\underline{\sigma}}$ ” tiene signo (-) si hay compresión.

Las tensiones efectivas pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{\sigma}}' &= 2G\underline{\underline{I}} \underline{\underline{\varepsilon}}' + \hat{K} \underline{\underline{m}} \varepsilon_{\text{vol}} = 2G\underline{\underline{I}} \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{m}} \varepsilon_{\text{vol}} \right) + \hat{K} \underline{\underline{m}} \varepsilon_{\text{vol}} \\
 &= 2G\underline{\underline{I}} \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} \right) + \hat{K} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} = 2G \left(\underline{\underline{I}} - \frac{1}{3} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \right) \underline{\underline{\varepsilon}} + \hat{K} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} = \\
 &= \underline{\underline{D}}' \underline{\underline{\varepsilon}} + \hat{K} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} = \left[2G\underline{\underline{I}} + \underbrace{\left(\hat{K} - \frac{2}{3}G \right)}_{\lambda} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \right] \underline{\underline{\varepsilon}} = \left[2G\underline{\underline{I}} + \hat{\lambda} \underline{\underline{m}} \underline{\underline{m}}^T \right] \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde $\underline{\underline{\varepsilon}}$ es el vector que contiene las componentes de las deformaciones específicas, ε_{Vol} es la deformación específica volumétrica e $\underline{\underline{I}}$ es la matriz identidad.

En notación indicial, la expresión (2.4) puede escribirse:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{\text{Pr}} \quad (i, j = 1,2,3) \tag{2.6}$$

donde δ_{ij} es el delta de Kroenecker.

Para deformaciones infinitesimales, se tiene que:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1,2,3) \tag{2.7}$$

donde u_i son las componentes de los desplazamientos.

Las ecuaciones constitutivas (2.1) y (2.5) pueden expresarse en rotación indicial de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \left[G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} \right] \varepsilon_{kl} = \\ &= D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3)\end{aligned}\quad (2.8)$$

y

$$\begin{aligned}\sigma'_{ij} &= \left[G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - K - \frac{2}{3}G\delta_{ij}\delta_{kl} \right] \varepsilon_{kl} = \\ &= D_{ijkl} \varepsilon_{kl}\end{aligned}\quad (2.9)$$

Las principales características de un medio poroso saturado es su naturaleza bifásica en la cual las partículas (sean ellas sueltas o cementadas) están rodeadas por un fluido que ejerce una presión sobre la fase sólida.

En la mecánica de los medios porosos es usual dividir la tasa de tensiones total en una tasa de tensión efectiva y una tasa de presión de poros, que puede ser escrita en forma similar a (2.4), o sea:

$$\overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma}} = \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma'}} - m \overset{\bullet}{\underset{\sim}{p}} - \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma}}^{Pr} \quad (2.10)$$

donde el punto de arriba de la letra significa derivación en relación al tiempo (lo que caracteriza a la tasa).

La tasa de tensión efectiva está relacionada con la tasa de deformaciones por medio de una expresión similar a la (2.5), o sea que:

$$\overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma''}} = D \left(\overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}} - \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}}^{IN} - \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}}^{Pr} \right) = D \left(\overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}} - \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}}^{IN} \right) - D \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\varepsilon}}^{Pr} = \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma'}} - \overset{\bullet}{\underset{\sim}{\sigma}}^{Pr} \quad (2.11)$$

donde $\dot{\underline{\varepsilon}}^{IN}$ indica el vector de tasas de deformaciones específicas inelásticas (que pueden ser tratadas con una formulación elastoplástica ó viscoplástica) y $\dot{\underline{\varepsilon}}^{pr}$ es el vector de tasas de deformación provocada por la presión de poros.

La tasa de deformación específica $\dot{\underline{\varepsilon}}^{pr}$ viene dada por:

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^{pr} = -m \frac{\dot{p}}{3k_s} \quad (2.12)$$

donde k_s es el módulo de compresibilidad de los granos del suelo. La expresión (2.12) puede escribirse en notación indicial como:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pr} = -\delta_{ij} \frac{\dot{p}}{3k_s} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.13)$$

Puede observarse que la presión hidrostática de los poros es responsable por una tasa de deformación volumétrica isotrópica.

Usando (2.10), (2.11) y (2.12), se puede escribir que:

$$\dot{\underline{\sigma}} = \overbrace{D \left(\begin{array}{c} \dot{\underline{\sigma}}' \\ \dot{\underline{\varepsilon}} - \dot{\underline{\varepsilon}}^{IN} \end{array} \right)}^{\dot{\underline{\sigma}}'} - \overbrace{D \dot{\underline{\varepsilon}}^{pr}}^{\dot{\underline{\sigma}}^{pr}} - m \dot{p} = \dot{\underline{\sigma}}' - \frac{1}{3} \left(\underline{m}^T \underline{m} - \frac{\underline{m}^T D \underline{m}}{3k_s} \right) m \dot{p} = \dot{\underline{\sigma}}' - \bar{\alpha} m \dot{p} \quad (2.14)$$

donde $\bar{\alpha}$ es la constante de Biot y viene dada por $\bar{\alpha} = 1 - \frac{\underline{m}^T D \underline{m}}{9k_s}$

En notación indicial la expresión (2.14) puede ser escrita como:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \left(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}^{IN} \right) - \left(\delta_{ij} - \frac{D_{ijkl} \delta_{kl}}{3k_s} \right) p \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \quad (2.15)$$

Las expresiones (2.14) ó (2.15) son las ecuaciones constitutivas correspondientes, recordando que, para tasa de deformación y desplazamientos infinitesimales, se puede expresar la relación entre ambos de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.16)$$

donde \dot{u}_i son las componentes de la tasa de desplazamiento y v_i son las componentes de la velocidad, ambas en las direcciones x_i ($i = 1, 2, 3$).

Deben también ser satisfechas las ecuaciones de equilibrio correspondientes, que pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \dot{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} + \dot{b}_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \text{ en } \Omega \quad (2.17)$$

donde \dot{b}_i son las tasas de las componentes de las fuerzas de volumen en las direcciones x_i ($i = 1, 2, 3$) y Ω es el dominio en estudio.

Acompañan a (2.17) las ecuaciones constitutivas (2.15) y las relaciones de deformaciones específicas - desplazamientos (2.16), junto a las condiciones de contorno correspondientes, que son:

$$\dot{u}_i = \overline{\dot{u}_i} \quad (i = 1, 2, 3) \text{ en } \Gamma_v \quad (2.18)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} n_j = \dot{t}_i \quad (i, j = 1, 2, 3) \text{ en } \Gamma_\sigma \quad (2.19)$$

En (2.18) $\overline{\dot{u}_i}$ son valores prescritos de las componentes \dot{u}_i ($i = 1, 2, 3$) en la parte Γ_v del contorno de Ω . En (2.19), n_j son los cosenos de dirección que forma la normal en un punto del contorno Γ_σ de Ω con los ejes del sistema de referencia y \dot{t}_i son las

tasas de las componentes de la carga de superficie en las direcciones x_i ($i = 1,2,3$), aplicadas en Γ_σ .

Las condiciones iniciales también deben ser dadas para las componentes de los desplazamientos, en la forma:

$$\dot{u}_i (\Omega, t = 0) = \dot{u}_i^0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad \text{en } \Omega \quad (2.20)$$

2.II. Ecuación de Continuidad del Fluido

El movimiento de un fluido en un medio poroso es gobernado por la ecuación de Darcy, que puede ser expresada de la siguiente forma :

$$\underline{v} = -\underline{k} \nabla (\gamma z + p) \quad (2.21)$$

donde \underline{v} es un vector que contiene las componentes de la velocidad del fluido, \underline{k} es un tensor de segundo orden que contiene la permeabilidad del suelo en las diferentes direcciones, γ es el peso específico del agua, z es la altura geodésica en relación al sistema de referencia y ∇ es un vector que contiene las componentes del vector gradiente.

La ecuación de continuidad del fluido viene dada por:

$$\nabla^T \underline{v} - \dot{\chi} = 0 \quad (2.22)$$

donde $\dot{\chi}$ es la tasa de acumulación del fluido.

Los factores que tienen influencia sobre $\dot{\chi}$ son los siguientes:

a) La tasa de acumulación debido a la deformación específica volumétrica y que viene dada por

$$\dot{\chi}_1 = -\dot{\varepsilon}_{vol} = -\underline{m}^T \underline{\dot{\varepsilon}} \quad (2.23)$$

b) La tasa de acumulación debida a la variación de volumen de los granos del suelo producida por la variación de presión, y que viene dada por:

$$\dot{\chi}_2 = (1-n) \dot{\varepsilon}_{vol}^{pr} = -(1-n) \frac{\dot{p}}{k_s} \quad (2.24)$$

donde n es la porosidad del suelo y k_s es el modulo de compresibilidad del grano de suelo.

c) La tasa de acumulación debida a la compresibilidad del fluido, y que viene dado por:

$$\dot{\chi}_3 = -\frac{m}{k_f} \dot{p} \quad (2.25)$$

donde k_f es el modulo de compresibilidad del fluido.

d) La tasa de acumulación debida a la compresibilidad de los granos del suelo producida por las variaciones de $\dot{\sigma}'_{\sim} - \dot{\sigma}^{pr}_{\sim}$. La compresión hidrostática media actuando sobre el volumen $(1-n)$ del sólido viene dado por $m^T (\dot{\sigma}'_{\sim} - \dot{\sigma}^{pr}_{\sim})$, lo que resulta en una tasa de acumulación.

$$\dot{\chi}_4 = \frac{m^T (\dot{\sigma}'_{\sim} - \dot{\sigma}^{pr}_{\sim})}{3k_s} \quad (2.26)$$

Recordando la expresión (2.14), se tiene que

$$\dot{\chi}_4 = \frac{1}{3k_s} m^T D \left[\left(\begin{array}{c} \dot{\varepsilon}_{\sim} \\ \dot{\varepsilon}_{\sim} \end{array} \right)^{IN} + \frac{1}{3k_s} m \dot{p} \right] \quad (2.27)$$

Introduciendo (2.23), (2.24), (2.25) y (2.27) en (2.22), teniendo en cuenta la expresión (2.21), se obtiene la siguiente ecuación:

$$\left[\frac{1-n}{k_s} + \frac{n}{k_f} - \frac{1}{(3k_s)^2} (\tilde{m}^T \tilde{D} \tilde{m}) \right] \dot{\tilde{p}} - \tilde{\nabla}^T \tilde{k} \tilde{\nabla} p + \left(\tilde{m}^T - \frac{\tilde{m}^T \tilde{D}}{3k_s} \right) \dot{\tilde{\varepsilon}} = \tilde{\nabla}^T \tilde{k} \tilde{\nabla} (\gamma z) - \frac{\tilde{m}^T \tilde{D} \tilde{\varepsilon}^{IN}}{3k_s} \quad (2.28)$$

Esta ecuación, que es válida en el dominio Ω , tiene como condiciones de contorno:

$$p = \bar{p} \quad \text{en } \Gamma_p \quad (2.29)$$

$$-\tilde{k} \tilde{\nabla} p = \underline{v} \quad \text{en } \Gamma_v \quad (2.30)$$

donde \bar{p} es el valor prescrito de p en la parte Γ_p en el contorno $\Gamma = \Gamma_p \cup \Gamma_v$, siendo \underline{v} la velocidad en Γ_v .

También condiciones iniciales del tipo

$$p(\Omega, 0) = p^0 \quad (2.31)$$

deben ser dadas.

En definitiva, el sistema de ecuaciones formado por (2.17) y (2.28) es un sistema acoplado, con $\dot{\underline{u}}$ y p como incógnitas.

Las condiciones de contorno forzadas (2.18) y (2.19), además de las condiciones iniciales (2.20) y (2.31) deben ser introducidas. Las condiciones naturales vienen dadas por (2.19) y (2.30). Finalmente, el modelo constitutivo es descrito por (2.14) ó (2.15).

2.III. Acoplamiento Grano - Fluido de los Poros.

El principio de los trabajos virtuales para la mecánica de los sólidos, viene dado por la siguiente expresión :

$$\int_{\Omega} \delta \tilde{\varepsilon}^T \tilde{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} \delta \tilde{u}^T \tilde{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \delta \tilde{u}^T \tilde{t} d\Gamma \quad (2.32)$$

que es la condición necesaria y suficiente para que se satisfagan las expresiones (2.17) a (2.20).

Tomando (2.14) pero usando la relación constitutiva elastoplástica se tiene :

$$\tilde{\sigma} = D_{EP} \tilde{\varepsilon} - \frac{1}{3} \left(m^T m - \frac{m^T D m}{3k_s} \right) m \dot{p} = \tilde{\sigma}' - \bar{\alpha} m \dot{p} \quad (2.33a)$$

o en forma incremental :

$$\Delta \tilde{\sigma} = D_{EP} \Delta \tilde{\varepsilon} - \frac{1}{3} \left(m^T m - \frac{m^T D m}{3k_s} \right) m \Delta p = \Delta \tilde{\sigma}' - \bar{\alpha} m \Delta p \quad (2.33b)$$

Reemplazando en el principio de los trabajos virtuales, se tiene

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta \tilde{\varepsilon}^T D_{EP} \tilde{\varepsilon} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \tilde{\varepsilon}^T \frac{1}{3} \left(m^T m - \frac{m^T D m}{3k_s} \right) m \dot{p} d\Omega = \\ = \int_{\Omega} \delta \tilde{u}^T \tilde{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \delta \tilde{u}^T \tilde{t} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.34)$$

Si se utiliza un enfoque viscoplástico en lugar de un enfoque elastoplástico, debe emplearse la relación constitutiva siguiente que, por simplicidad, se plantea en forma incremental:

$$\Delta \tilde{\sigma}_n = D_{VPn} \left(\Delta \tilde{\varepsilon}_n - \tilde{\varepsilon}_n^{\bullet VP} \Delta t_n \right) - \left(m - \frac{D m}{3k_s} \right) \Delta p_n \quad (2.35)$$

y se debería aplicar al principio de los trabajos virtuales de la misma manera que el caso elastoplástico. Detalles de las matrices presentadas en (2.33) y (2.35) pueden verse en [9].

La aplicación del método de Galerkin a la expresión (2.28) con un factor de “peso” δp conduce a la siguiente ecuación integral:

$$\int_{\Omega^{(e)}} \delta p \dot{s} p d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} k_{\sim i} \frac{\partial p}{\partial x_i} d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} \delta p \frac{1}{3} \left(m m^T - \frac{m^T D m}{3k_s} \right) m^T \dot{\varepsilon} d\Omega =$$

$$= - \int_{\Omega^{(e)}} \frac{\partial \delta p}{\partial x_i} k_{\sim i} \frac{\partial \gamma z}{\partial x_i} d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \delta p \frac{m^T D \dot{\varepsilon}^{IN}}{3k_s} d\Omega - \int_{\Gamma^{(e)}} \delta p \left[k_{\sim} \frac{\partial (p + \gamma z)}{\partial n} \right] d\Omega \quad (2.36)$$

Tanto la ecuación (2.34) como la (2.36) constituyen un sistema acoplado que deberá ser resuelto aplicando el método de los elementos finitos.

2.IV. Modelo de Estados Críticos para el Suelo.

Los problemas de mecánica de los suelos, tales como estabilidad de taludes, capacidad de carga de las fundaciones, presiones sobre muros de contención, interacción suelo - estructura, etc., son tratados dentro del campo de la plasticidad. El suelo es reemplazado por un material idealizado que se comporta elásticamente hasta un cierto estado de tensiones en el cual ocurre la falla o la fluencia. Después de eso, el comportamiento del mismo es simulado por medio de relaciones constitutivas que tengan en cuenta la dependencia de la trayectoria de tensiones basadas en la Teoría de la Plasticidad.

Dentro de ella, puede optarse por muchas teorías que tratan de predecir cuándo y cómo se producirán las deformaciones plásticas. Para el caso particular de materiales friccionales, los últimos 25 años han presenciado la aparición de numerosos modelos para simular su comportamiento elastoplástico (un resumen es presentado por Viladkar et.al.^[12]), generalmente restringido a casos de endurecimiento isótropo y plasticidad asociada. Se destacan dentro de este abanico los basados en la Teoría de los Estados Críticos.

Es en Inglaterra, donde un grupo de investigadores encabezados por Roscoe y Burland alrededor del año 1970, terminaron de sentar las bases de la teoría mencionada y es a través de ella que se ha podido unificar el análisis tenso - deformación del suelo,

de la misma manera que se lo hace con metales u otros materiales. Tres tópicos son destacables en dicha teoría :

- a) La forma básica es común con cualquier otro caso de plasticidad asociada.
- b) Se usan relativamente pocos parámetros para definir la relación tensión - deformación.
- c) Se puede modelar en forma realista la descarga.

Brevemente, los fundamentos de la teoría serán delineados a continuación, sin embargo debe tenerse presente que solo se resaltarán los aspectos mas relevantes. Si se desea un análisis mas profundo, puede consultarse la Referencia.[21] .

Al analizar la falla en un conjunto de muestras comprimidas inicialmente en forma isotrópica y luego cargadas en forma drenada (permitiendo la salida del agua de los poros de la muestra y la consiguiente disipación de presiones) y no drenada, se observa que la misma se va alineando sobre una misma recta en el diagrama p' - q (siendo p' el primer invariante del tensor de tensiones efectivo y q proporcional al segundo invariante del tensor desviador), llamada *línea de estados críticos(LEC)* , que es indicada en la figura 2-1.

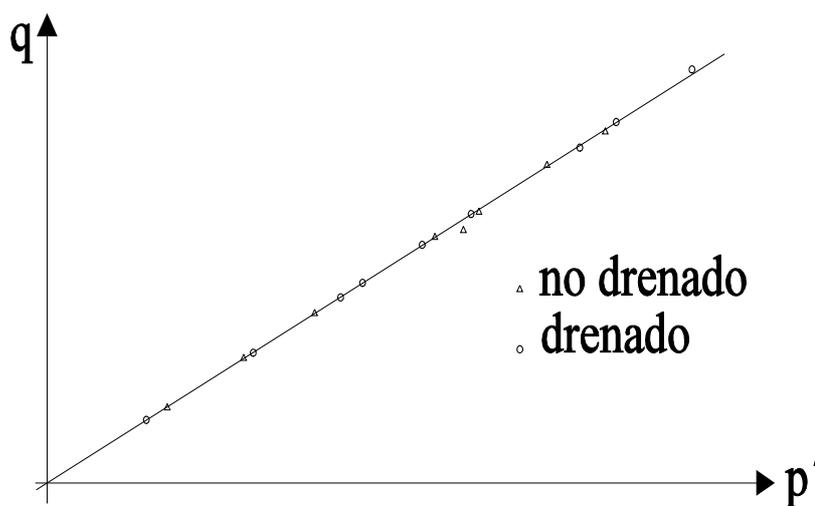


Figura CAPITULO 2-1:Línea de estados críticos.

Lo importante de lo anterior es que, independientemente del camino de carga seguido por la muestra, la rotura se produce cuando se alcanza esta línea. Es importante aclarar que se considera falla al estado de grandes deformaciones por corte con muy poco o ningún cambio en las tensiones.

Es interesante observar estos puntos de falla en un diagrama volumen específico ($v=1+e$, con “e” siendo la relación de vacíos)- logaritmo natural del primer invariante ($\ln p'$)



Figura CAPITULO 2-2 :Línea de consolidación Normal (LCN) y Línea de estados Críticos (LEC).

En la Figura 2-2 se ha representado además de la línea de estados críticos, la línea de consolidación normal (LCN, que es aquella que se obtiene cuando la muestra recibe una magnitud de carga nunca antes soportada en su historia) que es casi paralela y desplazada de modo que a igual presión efectiva, esta última presente un mayor volumen específico. Los valores N y Γ son referencias tomadas sobre cada una de las líneas antes descritas que responden a una presión esférica efectiva unitaria y se usarán en la descripción matemática del modelo. También es interesante, observar el diagrama donde las tres variables anteriores se ven representadas (Figura 2-3):

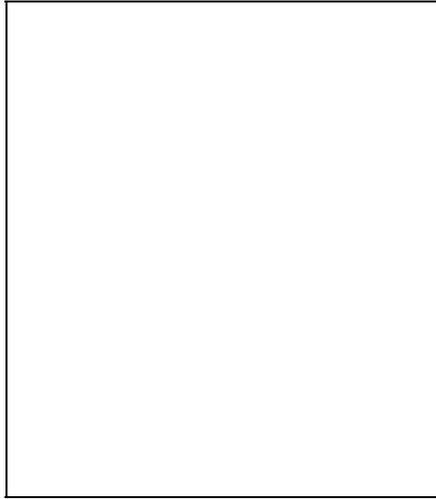


Figura CAPITULO 2-3. LCN y LEC en el espacio v - p' - q

En la figura anterior puede verse que la LCN descansa sobre el plano $q=0$ por ser una consolidación isotrópica. A su vez, se observa la proyección recta de la LEC sobre el plano p' - q y la proyección exponencial sobre p' - v .

Si incorporamos a la figura 2-3, curvas de trayectoria de tensiones y volumen resultado de ensayos drenados y no drenados de muestras normalmente consolidadas con diferentes presiones de partida (preconsolidación), estas curvas forman una entramado que describe una superficie espacial llamada *Superficie de Roscoe* cuya traza en el plano v - p' es la línea normalmente consolidada y se extiende en el espacio hasta la línea de estados críticos. Esta superficie puede verse a continuación (Figura 2-4):

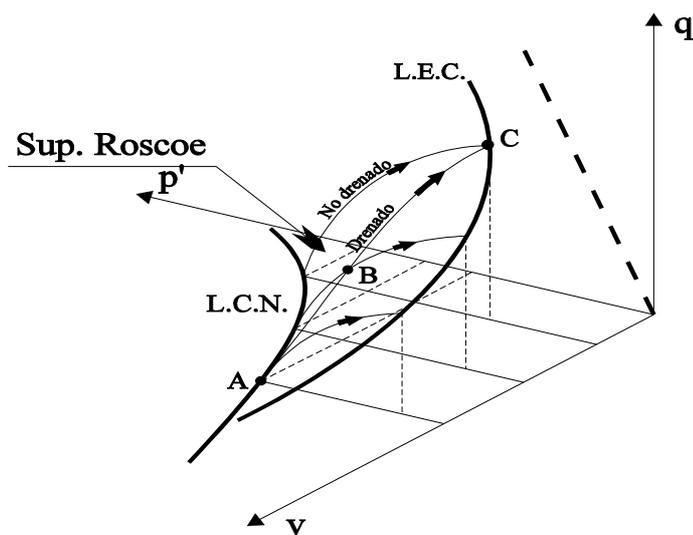


Figura CAPITULO 2-4 :Superficie de Roscoe.

Puede probarse que esta superficie es *única* , ya que el conjunto de ensayos drenados y no - drenados de especímenes de iguales características (es decir, que difieren solo en la historia de carga) ante el mismo estado tensional presentan la misma relación de vacíos, esto es, igual a v .

Una de las maneras mas sencillas de representar la superficie de Roscoe es a través de sus proyecciones sobre los plano de referencia. Para ello, se aprovecha la condición de normalizables que tienen los ensayos de muestras no drenadas normalmente consolidadas. Esta condición establece que, si se representan trayectorias de tensiones de diferentes ensayos no drenados partiendo de diferente presión de preconsolidación pero los valores son divididos por las diferentes presiones de preconsolidación (llamada también *presión equivalente*), todas las curvas se superponen. Esto provoca que la superficie de Roscoe se “compacte” sobre una línea acompañando las diferentes curvas no drenadas en su proceso de superposición que a su vez arrastran también a las trayectorias de muestras drenadas. Observando la figura 2-4, puede imaginarse este proceso.

Por lo anterior, en la figura 2-5 la línea de mayor espesor es la superficie de Roscoe. Si se incorporan en ella la trayectoria de muestras no drenadas ligeramente sobreconsolidadas, las que arrancan con una presión menor que la de preconsolidación y por ende, al hacer el cociente antes indicado la relación es mayor que uno, ellas se van alojando bajo la superficie de Roscoe para obtener un diagrama como el de la figura siguiente (Figura 2-5) :



Figura CAPITULO 2-5 : Normalización de ensayos con diferente preconsolidación.

No podrá existir ninguna curva a la derecha de la superficie de Roscoe porque no existen muestras con un R_p menor que la unidad. Considerando entonces que la superficie de Roscoe es un límite, se llega inmediatamente a la idea de que dicha superficie no podrá ser atravesada por ninguna trayectoria de cargas, cualquiera sea su naturaleza, y que dichas trayectorias al tocar la superficie de Roscoe se mueven sobre ella (al no poder atravesarlas) hasta alcanzar la línea de estados críticos que el punto final del recorrido. Resumiendo, la mencionada curva espacial presenta dos propiedades fundamentales : unicidad y la imposibilidad de coexistir estados de tensiones mas allá de ella (Vea la Figura 2-6).

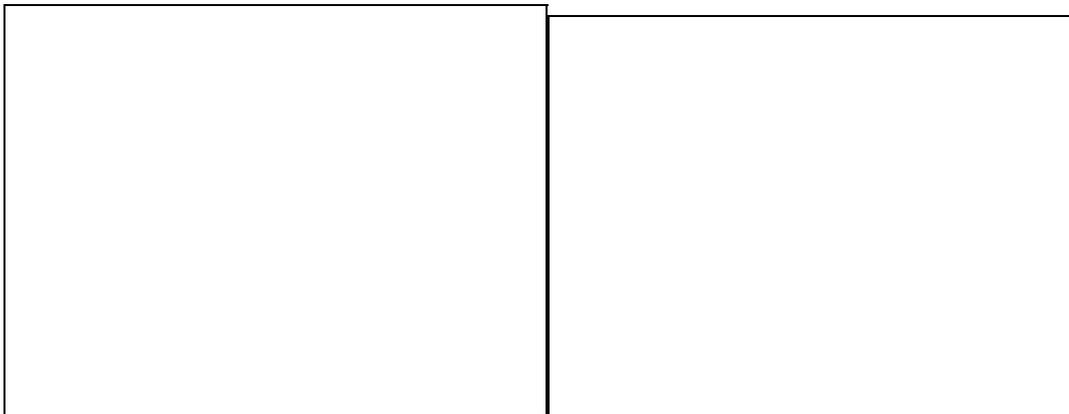


Figura CAPITULO 2-6 :Limite para la existencia de estados tensionales.

Existe otra superficie también muy importante, llamada *Superficie de Hvorslev*. Esta es de gran relevancia cuando los especímenes están muy sobreconsolidados (por lo que no entraremos en los detalles de su definición que pueden verse en Atkinsons, et.al.^[21]) y también presenta características semejantes a la de Roscoe, aunque de forma diferente. Juntas, conforman la *Superficie Límite Total* que se muestra a continuación en la Figura 2-7. :

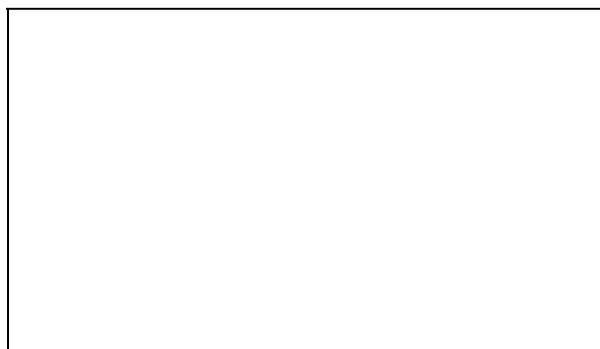


Figura CAPITULO 2-7 :Superficie límite completa

Puede demostrarse también, que toda deformación de tipo elástica, ocurrirá siempre bajo la superficie límite y que siempre que alguna trayectoria de tensiones toque a la misma, comienzan a desarrollarse deformaciones plásticas. Esto puede comprenderse en forma rápida si traemos a consideración el hecho siguiente : Siempre que el espécimen ensayado se mueva sobre la recta virgen de consolidación o lo que es lo mismo, la línea normalmente consolidada, sufrirá deformaciones irreversibles según puede verse en la figura siguiente (Vea la Figura 2-8):

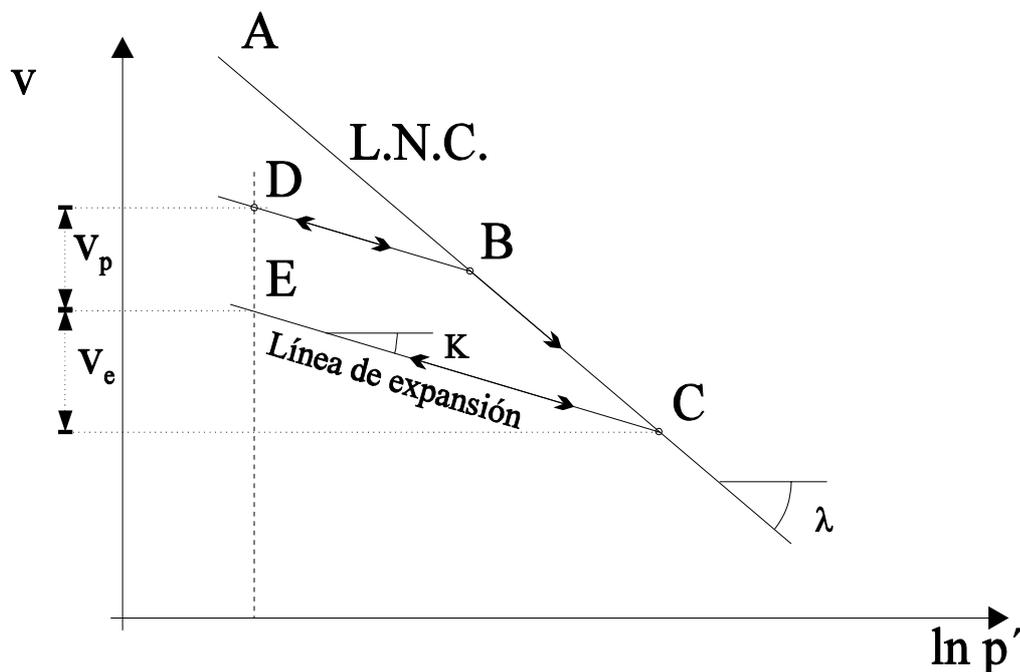


Figura CAPITULO 2-8 :Trayectorias elásticas y plásticas

En ella, las trayectorias D - B y E - C son rectas de expansión con deformaciones elásticas y B - C es la deformación irreversibles o plástica. Si se tiene en cuenta que la superficie de Roscoe contiene a la línea mencionada y que las curvas de expansión quedan bajo la misma (Figura 2-5), se puede entender lo expuesto en el párrafo anterior.

Ahora bien, si la superficie límite implica siempre deformaciones plásticas, esta es también una *superficie de fluencia* si se tiene en cuenta la definición que se da para la misma en la Teoría de Plasticidad.

Según lo comentado, una muestra de suelo desarrolla deformaciones elásticas cuando se mueve sobre la línea de expansión. Levantando un plano sobre esta línea en el espacio $p - q - v$ hasta tocar la superficie límite, se genera otra superficie espacial llamada **muro elástico (ME)**. La intersección entre esta última y la superficie límite proyectada sobre $p' - q$, da las siguientes figuras (Figura 2.9):

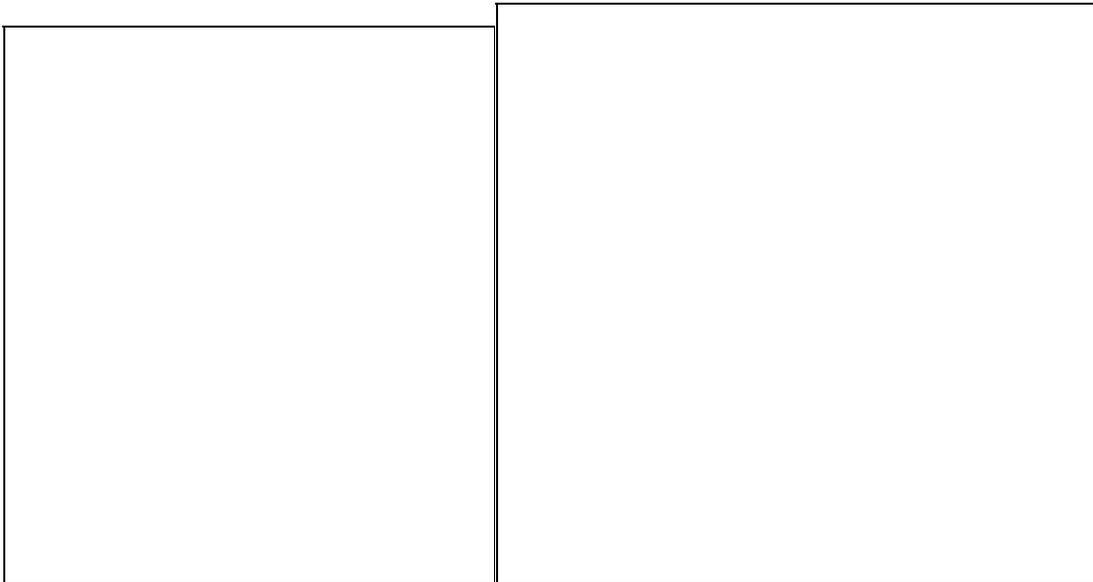


Figura CAPITULO 2-9 :Muro Elástico (M.E.). Curva de fluencia.

Cuando una muestra toca la superficie límite, se mueve sobre ella desarrollando deformaciones plásticas y atravesando muros elásticos de diferente altura hasta finalmente alcanzar la línea de estados críticos. Como el ME define a la curva de fluencia, el ir variando la altura de estos muros durante el proceso de carga equivale a, analizado en el plano $p' - q$ y desde la óptica y terminología de la plasticidad, un “movimiento” de la curva de fluencia que puede ser **endurecimiento**, cuando va expandiéndose, o **ablandamiento**, cuando se contrae. Resta determinar cuál sería la regla que rige este endurecimiento y cuál es la ecuación de esa superficie de falla.

En cuanto a lo primero, si se considera que el endurecimiento (o ablandamiento) es el pasaje de un muro elástico a otro y esto necesariamente lleva involucrado cambios del volumen específico v , que es lo mismo que decir una deformación volumétrica de tipo plástica, la evolución de la superficie de fluencia debe depender de v . Se pueden establecer diferentes puntos de las curvas vistas y relacionarlos con las deformaciones

volumétricas para seguir el movimiento de estas curvas de falla. Este aspecto será tratado posteriormente.

La ecuación de la curva puede deducirse teniendo en cuenta lo indicado en la Figura 2.10 :

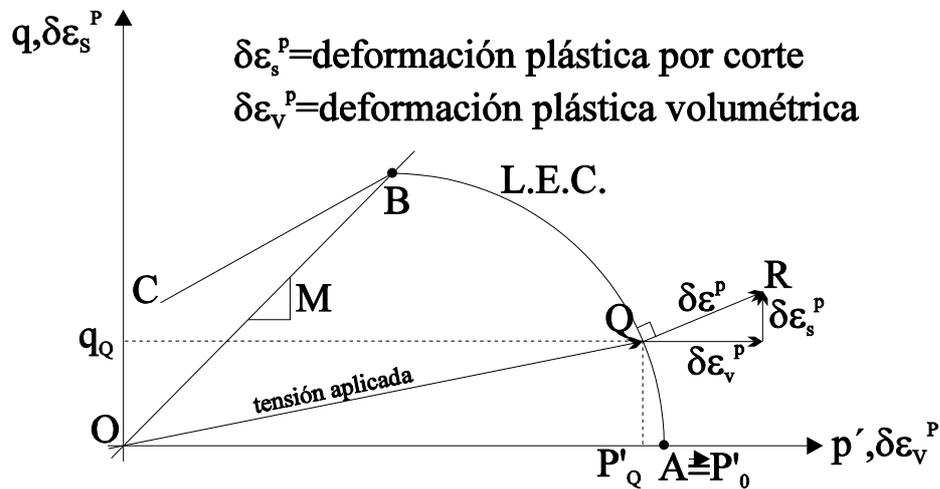


Figura CAPITULO 2-10 : Principio de normalidad.

En la figura anterior, se superpuso la trayectoria de tensiones y las deformaciones plásticas y se aplicó el principio de la normalidad (esto es, el potencial plástico se toma como a misma función de falla) para el vector de deformaciones plásticas. Como se asume que sobre la línea de estados críticos la muestra de suelo llegó a su estado último, se debe detener el proceso de expansión de la superficie de fluencia pues ya no son atravesados más muros elásticos. Esto implica que sobre ella, el incremento de deformación volumétrica sea nulo. Entonces siempre considerando el principio de normalidad, en el punto B de la figura anterior, el vector de flujo plástico es vertical. Es lógico proponer entonces, la siguiente relación entre el incremento de deformación plástica volumétrica y la deformación plástica por corte.

$$\frac{\delta \epsilon_v^P}{\delta \epsilon_s^P} = M - \left(\frac{q}{p'} \right) \quad (2.37)$$

Siendo M la pendiente de la línea de estados críticos en el diagrama $p' - q$. Es claro que cuando el estado de tensión está sobre la anterior línea, la expresión (2.37) se

anula. Usando como base la (2.37), se obtiene la ecuación de la curva de falla , que viene dada por:

$$F = \frac{q}{Mp} + \ln\left(\frac{p'}{p_0'}\right) \quad (2.38)$$

En la expresión anterior, p_0' será el punto de la curva elegido para seguir la evolución de las curvas en el avance de la plasticidad y que, por lo expresado anteriormente, se debe vincular con las deformaciones plásticas volumétricas.

Esta ecuación, corresponde a la función de falla originalmente propuesta por Roscoe y llamada *Cam-Clay*.

Finalmente, se verá cómo deducir la regla de endurecimiento: Se analiza un diagrama Volumen específico - Logaritmo del primer invariante de tensiones efectivas para este caso (figura 2-11) :

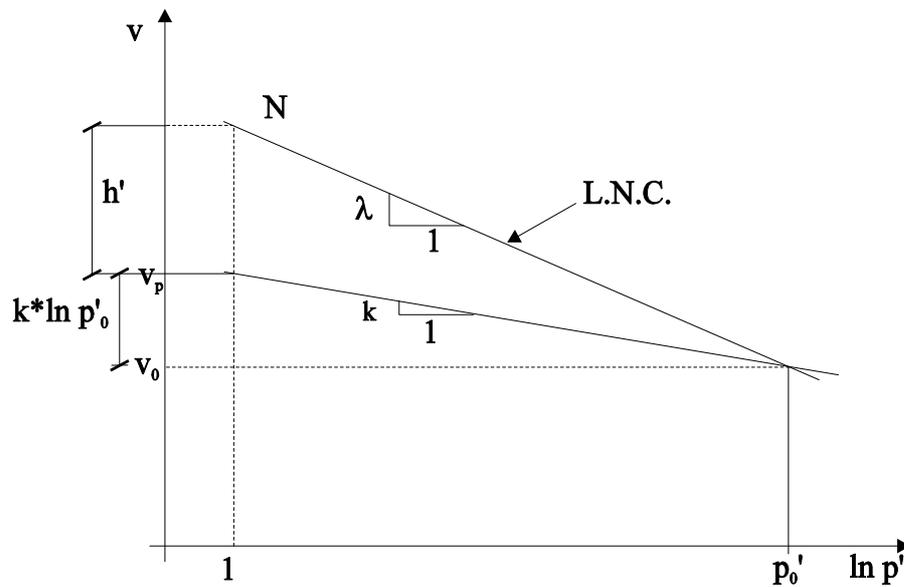


Figura CAPITULO 2-11 : Regla de endurecimiento.

$$v_0 = N - h' - k \ln p_0'$$

$$v_0 = N - \lambda \ln p_0'$$

$$\varepsilon_V^p = \frac{v_p - v_0}{v_0} = \frac{(1 + e_p) - (1 + e_0)}{(1 + e_0)} = \frac{e_p - e_0}{(1 + e_0)}$$

juntando las expresiones anteriores se obtiene :

$$N - N + h' = (\lambda - k) \ln p'_0 \quad \text{o lo que es lo mismo : } \ln p'_0 = \frac{h'}{(\lambda - k)}$$

Pero

$$h' = N - v_p = N - (1 + e_p) = N - (1 + e_0 + (1 + e_0)\varepsilon_V^p)$$

Finalmente se obtiene

$$\ln p'_0 = \frac{N - (1 + e_0 + (1 + e_0)\varepsilon_V^p)}{(\lambda - k)}$$

y diferenciando la expresión para obtener incrementos, se encuentra la muy conocida expresión :

$$\frac{dp'_0}{p'_0} = -\frac{(1 + e_0)}{(\lambda - k)} d\varepsilon_V^p \quad (2.39)$$

2.V. Modelo Constitutivo Adoptado.

El modelo elegido para este trabajo fue originalmente propuesto por Zienkiewicz et.al. ^{[12],[13]}, y presenta una modificación a la forma original de la teoría incorporando la cohesión y la fricción como parámetros del problema y describiendo en el plano desviador, una sección semejante a la de Mohr - Coulomb, es decir, mientras que la Cam-Clay original presenta una sección circular, éste presenta una hexagonal.

Dentro del marco anterior, la función de falla $F(\sigma)$, que depende del estado de tensiones y de la ley de endurecimiento, es expresada en términos del primer invariante del tensor de tensiones efectivas J_1 , de la raíz cuadrada del segundo invariante del tensor desviador de tensiones efectivas $(J_2)^{1/2}$ y de un tercer invariante θ determinado a través de la expresión:

$$\operatorname{sen}3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J'_3}{(J'_2)^{1/2}} \quad (2.40)$$

donde J'_3 es el tercer invariante del tensor desviador de tensiones efectivas, y siendo que $-30^\circ < \theta < 30^\circ$.

Concretamente, el criterio de fluencia puede escribirse de la siguiente forma:

$$F(p', q, \theta) = \frac{p'+a}{2} \left[\left(\frac{q}{p'+a} \right)^2 \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \bar{\phi}} + 1 \right] - p_{c_0} = 0 \quad (2.41a)$$

$$F(p', q, \theta) = \frac{\bar{p}}{2} \left[\frac{q^2}{(\bar{p} * \operatorname{tg} \bar{\phi})^2} + 1 \right] - p_{c_0} = 0 \quad (2.41b)$$

donde $p' = -J_1/3$ (presión media), $q = (3J'_2)^{1/2}$, $(2p_{c_0} - a)$ es la presión inicial de preconsolidación, $\bar{p} = p' + a$ y siendo

$$a = \frac{\bar{C}}{\operatorname{tg} \bar{\phi}} \quad (2.42a)$$

$$\operatorname{tg} \bar{\phi} = \frac{3 \operatorname{sen} \phi}{\sqrt{3} \cos \theta - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta} \quad (2.42b)$$

$$\bar{C} = \frac{3 c \cos \phi}{\sqrt{3} \cos \theta - \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta} \quad (2.42c)$$

Los coeficientes c y ϕ se refieren a la cohesión y la fricción interna del suelo respectivamente. Es conveniente, a los fines de incluir esta función de falla en un programa de plasticidad, expresar al vector de flujo plástico como una combinación lineal de vectores multiplicados por constantes. Para ello, se expresa sintéticamente la función de falla de la siguiente forma:

$$F(J_1, J_2^{1/2}, \theta) = 0 \quad (2.43)$$

con los invariantes obtenidos de σ' .

El vector de flujo $\tilde{\mathbf{a}} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'}$ puede ser escrito, usando la regla de la cadena, de la

siguiente forma:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial J_1} \frac{\partial J_1}{\partial \sigma'} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial (J_2'^{1/2})} \frac{\partial (J_2'^{1/2})}{\partial \sigma'} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma'} = C_1 \tilde{\mathbf{a}}_1 + C_2 \tilde{\mathbf{a}}_2 + C_3 \tilde{\mathbf{a}}_3 \quad (2.44)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{a}}_1 &= \frac{\partial J_1}{\partial \sigma'} ; \tilde{\mathbf{a}}_2 = \frac{\partial (J_2'^{1/2})}{\partial \sigma'} ; \tilde{\mathbf{a}}_3 = \frac{\partial \theta}{\partial \sigma'} \\ C_1 &= \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial J_1} ; C_2 = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial (J_2'^{1/2})} ; C_3 = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2.45)$$

La relación entre tensiones principales y los invariantes vienen dadas por ^[10] .

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_3 \end{Bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{3}} (J_2'^{1/2}) \begin{Bmatrix} \text{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \text{sen} \theta \\ \text{sen} \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \end{Bmatrix} + \frac{J_1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

La principal ventaja de expresar F como se indica en (2.43) es que permite obtener cualquier criterio de fluencia en términos de $J_1, (J_2'^{1/2})$ y θ a través de la relación (2.46), y permite también programar cualquier criterio de fluencia y la regla de flujo plástico necesitando apenas de la especificación de las constantes C_1, C_2 y C_3 , dadas en (2.45), para ser incluidas en cada caso particular.

En la teoría de la elasto - plasticidad asociada el incremento de las deformaciones viene dado por la siguiente regla de flujo plástico ^[14]

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{\text{IN}} = \Lambda \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.47)$$

donde el multiplicador plástico Λ viene dado por^[9] :

y

$$\tilde{\mathbf{a}}_1^T = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\} \quad (2.50a)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}_2^T = \left\{ \sigma'_{11}, \sigma'_{22}, \sigma'_{33}, 2\sigma'_{12}, 2\sigma'_{23}, 2\sigma'_{31} \right\} \quad (2.50b)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}_3^T = \left\{ \sigma'_{22} \sigma'_{33} - \sigma'_{23}{}^2 + \frac{J'_2}{3}, \sigma'_{11} \sigma'_{33} - \sigma'_{13}{}^2 + \frac{J'_2}{3}, \right. \\ \left. \sigma'_{11} \sigma'_{22} - \sigma'_{12}{}^2 + \frac{J'_2}{3}, 2\sigma'_{33} \sigma'_{12}, 2\sigma'_{11} \sigma'_{23}, 2\sigma'_{22} \sigma'_{13} \right\} \quad (2.50c)$$

En el caso en que $\theta = \pm 30^\circ$, las constantes C_2 y C_3 vienen dadas por las siguientes expresiones :

$$C_2 = \frac{1}{\sqrt{3} * 3} \frac{q}{(p' + a)} \left[\frac{\left(\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \text{sen } \phi \right)^2}{\text{sen}^2 \phi} \right]_{\theta = \pm 30^\circ} \quad \text{y} \quad C_3 = 0$$

Ya se ha presentado la función de falla de modo de poder incorporarla, de modo sencillo, a un programa de plasticidad general. Pero resta aún establecer el modo en que se producirá la evolución de la función, sea ésto un endurecimiento o un ablandamiento. En este caso, en forma semejante como se hizo en la Cam-Clay, se usa como parámetro de endurecimiento la presión de preconsolidación con una diferencia : se trabaja con un valor asociado a ella. Denominando $(p_{c_0}^0 + \frac{a}{2})$, a la mitad del valor inicial de la presión de preconsolidación, los cambios subsecuentes están relacionados a la variación de tensiones volumétricas con la siguiente expresión :

$$p_{c_0} = p_{c_0}^0 e^{(\chi \varepsilon_v^P)} \quad (2.51)$$

donde ε_v^P es la deformación volumétrica plástica y χ es un coeficiente dado por

$$\chi = -\beta \frac{1 + e_0}{\lambda - k} \quad (2.52)$$

En (2.52) e_0 en la relación de vacíos inicial, λ y k son los índices de composición y expansión respectivamente (determinados a través de ensayos odométricos) y β es un parámetro que debe ser ajustado y que es del orden de $p_{c_0}^0$.

De (2.51) puede obtenerse la siguiente expresión

$$\ln \frac{p_{c_0}}{p_{c_0}^0} = \chi \varepsilon_V^P \quad (2.53)$$

y diferenciando ambos miembros de (2.53), queda la siguiente relación entre la variación de la presión p_{c_0} y la deformación volumétrica ε_V^P .

$$\frac{dp_{c_0}}{p_{c_0}^0} = \chi d\varepsilon_V^P \quad (2.54)$$

que es una expresión análoga a la (2.39).

El Módulo Plástico A usado en la expresión de la matriz elastoplástica, puede ser obtenido de la siguiente forma ^[9].

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{A} \frac{\partial F}{\partial p_{c_0}} dp_{c_0} = -\frac{1}{A} (-1) (p_{c_0} \chi d\varepsilon_V^P) = p_{c_0} \chi \left(\frac{d\varepsilon_V^P}{A} \right) = p_{c_0} \chi \left(\frac{\partial F}{\partial (p_{c_0}^{1/3})} \right) = \\ &= p_{c_0} \chi^{1/2} \left\{ \left[\frac{q}{(p' + a) \operatorname{tg} \bar{\phi}} \right]^2 - 1 \right\} = \frac{p_{c_0}}{2} \chi \left(\frac{\eta^2}{\operatorname{tg}^2 \bar{\phi}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$

con $\eta = \frac{q}{(p' + a)}$ y donde fueron usados las expresiones (2.41), (2.47), (2.49), (2.50) y (2.54).

Conviene destacar que sobre la línea de estado crítico resulta $\left[\frac{q}{(p' + a) \operatorname{tg} \bar{\phi}} \right] = 1$

2.VI. Comparacion Cam-Clay - Modelo Adoptado.

Casi toda propuesta para modelos de falla en suelos cohesivos, se basa el modelo original propuesto por Roscoe y llamado CAM - CLAY , o al menos usa alguna o muchas de sus ecuaciones. El modelo presentado en este trabajo no es una excepción y a través de la comparación que sigue, se puede comprobar lo dicho.

MODELO CAM-CLAY

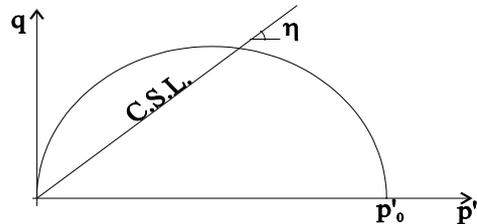
Ecuación de la superficie de falla:

$$F = (\lambda - K) \lg_{10} \left(\frac{p'}{p_1'} \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \right) - h = 0$$

Parámetro de endurecimiento $h = h(\epsilon'_p)$

(Describe una circunferencia en el plano π)

$$p' = J_1' / 3, \quad q = \sqrt{3} (J_2')^{1/2} \quad \text{and} \quad \eta = q/p$$



$h = e_1 - e^p$ con $c^p = \epsilon_v^p (1 + e_0)$ ("e" relación de vacíos)

$$dh = d(e_1 - e^p) = -de^p$$

$$c^p = \epsilon_v^p (1 + e_0) \quad ; \quad de^p = d\epsilon_v^p (1 + e_0)$$

$$dh = d\epsilon_v^p (1 + e_0)$$

$$dh/d\lambda = -d\epsilon_v^p/d\lambda (1 + e_0)$$

$$dh/d\lambda = -dF/d(J_1'/3) (1 + e_0)$$

Modulo Plástico :

$$A = -(1 + e_0) \cdot \left(\frac{\lambda - K}{p} \right) \cdot \left(\frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \right)$$

$\eta = M$ significa $A = 0$ (sobre línea de estados críticos)

MODELO ESTADOS CRITICOS

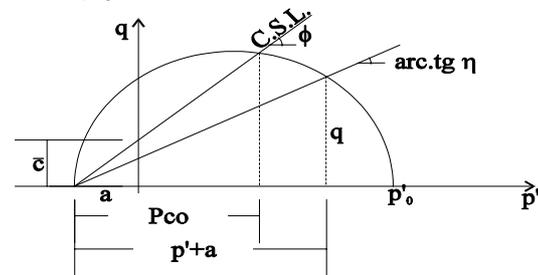
Ecuación de la superficie de falla:

$$F = \frac{p+a}{2} \left(\frac{\eta^2}{\text{tg}^2 \phi} + 1 \right) - P_\infty = 0, \quad \text{con} \quad \eta = \frac{q}{(p+a)}$$

Parámetro de endurecimiento P_∞

(Mohr - Coulomb en el plano π)

$$p' = J_1' / 3 \quad q = \sqrt{3} (J_2')^{1/2}$$



$$\text{tg} \phi = \frac{3 \text{sen} \phi}{\sqrt{3 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{sen} \phi}}, \quad \bar{c} = \frac{3 c \cos \phi}{\sqrt{3 \cos \theta - \text{sen} \theta \text{sen} \phi}}$$

$$a = \bar{c} / \text{tg} \phi = \bar{c} / \text{tg} \phi \quad (\epsilon_v^p \text{ defor. plástica volumétrica):}$$

$$\ln P_\infty^r = \ln P_\infty^0 - \left(\frac{1 + e_0}{\lambda - K} \right) \cdot \epsilon_v^p$$

$$dP_\infty^r = P_\infty^r \cdot \left(-\frac{1 + e_0}{\lambda - K} \right) \cdot d\epsilon_v^p \quad (\text{"r"} \text{ indica actual})$$

$$A = -\frac{dF}{dP_\infty} \cdot \frac{dP_\infty}{dK} = \frac{dP_\infty}{dK} \quad \frac{dP_\infty^r}{dK} = P_\infty^r \cdot \left(-\frac{1 + e_0}{\lambda - K} \right) \cdot \frac{d\epsilon_v^p}{d\lambda}$$

$$\text{finalmente} \quad \frac{d\epsilon_v^p}{d\lambda} = \frac{dF}{d(J_1'/3)}$$

$$\frac{dF}{d(J_1'/3)} = 1/2 \cdot \left(\frac{\eta^2}{\text{tg}^2 \phi - 1} \right); \quad \text{if} \quad \text{tg}^2 \phi = \eta^2$$

Modulo Plástico :

$$A = -\frac{1 + e_0}{\lambda - K} \cdot \frac{P_\infty^r}{2} \cdot \left(\frac{\eta}{M^2} - 1 \right) \quad \text{y si} \quad \eta = M \Rightarrow A = 0$$

(sobre línea de estados críticos).

Considerando que $c=0$ y por lo tanto $a=0$, la expresión de la superficie de falla para el modelo presentado, se muestra :

$$F = \frac{P}{2} \left(\frac{\eta^2}{M^2} + 1 \right) - P_\infty = 0 \quad \text{con } M = \text{tg } \bar{\phi}$$

Por otro lado, trabajando la expresión de la Cam - Clay modificada y teniendo en cuenta que $R_1=1$ y $h=(\lambda-K)\log_{10} p_0$, puede obtenerse una formulación alternativa para la superficie de falla :

$$F = P^2 - P_0 * P + \frac{q^2}{M^2} = 0 \quad \text{or} \quad F = P \left(\frac{\eta^2}{M^2} + 1 \right) - P_0 = 0$$

Teniendo en cuenta que $P_\infty = \frac{P_0}{2}$ cuando $c=a=0$, ambos modelos son representados por la misma expresión. También pueden obtenerse nuevas relaciones entre los parámetros de endurecimiento pero no se consideró conveniente incluirlo aquí.

CAPITULO 2. FORMULACIÓN GENERAL DEL MODELO 18

2.I. ECUACIONES CONSTITUTIVAS DEL SUELO.	19
2.II. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD DEL FLUIDO	24
2.III. ACOPLAMIENTO GRANO - FLUIDO DE LOS POROS.	26
2.IV. MODELO DE ESTADOS CRÍTICOS PARA EL SUELO.	28
2.V. MODELO CONSTITUTIVO ADOPTADO.	38
2.VI. COMPARACION CAM-CLAY - MODELO ADOPTADO.	44

FIGURA 2-1:LÍNEA DE ESTADOS CRÍTICOS.	29
FIGURA 2-2 :LÍNEA DE CONSOLIDACIÓN NORMAL (LCN) Y LÍNEA DE ESTADOS CRÍTICOS (LEC).	30
FIGURA 2-3. LCN Y LEC EN EL ESPACIO $v-p^2-q$	31
FIGURA 2-4 :SUPERFICIE DE ROSCOE.	31
FIGURA 2-5 : NORMALIZACIÓN DE ENSAYOS CON DIFERENTE PRECONSOLIDACIÓN.....	32
FIGURA 2-6 :LÍMITE PARA LA EXISTENCIA DE ESTADOS TENSIONALES.	33
FIGURA 2-7 :SUPERFICIE LÍMITE COMPLETA.....	33
FIGURA 2-8 :TRAYECTORIAS ELÁSTICAS Y PLÁSTICAS 34	34
FIGURA 2-9 :MURO ELÁSTICO (M.E.). CURVA DE FLUENCIA.	35
FIGURA 2-10 : PRINCIPIO DE NORMALIDAD.	36
FIGURA 2-11 : REGLA DE ENDURECIMIENTO.	37
FIGURA 2-12 - MODELO DEL ESTADO CRÍTICO ADOPTADO	41