

CONTENIDO

RESUMEN.....	3
1.- RESUMEN TEÓRICO	4
1.1- INTRODUCCION.....	4
1.1.1 Origen de los suelos no saturados	5
1.2- PROPIEDADES DE LAS FASES Y RELACIONES ENTRE ELLAS	5
1.2.1 Fases componentes	7
1.2.2 Propiedades de las fases individuales.....	9
1.2.3 Teoría de la succión del suelo:	13
1.2.4 Relaciones volumen - masa (Propiedades índices).....	17
1.2.5 Relaciones básicas volumen-masa.....	20
1.2.6 Cambios en las relaciones volumen-masa	21
1.3- VARIABLES DE ESTADO	22
1.3.1 Historia de la descripción del estado de tensiones.	22
1.3.2 Variables de estado para suelos no saturados.....	26
1.3.3 Otras combinaciones de variables de estado.	28
1.3.4 Los suelos saturados como caso especial de no saturados.	29
1.4- LEYES DE FLUJO	30
1.4.1 Flujo de agua	30
1.4.2 - Flujo de aire.....	38
- Relación Entre El Coeficiente De Permeabilidad Del Aire Y La Succión.....	42
- Difusión Del Aire A Través Del Agua	43
1.5- FLUJO ESTACIONARIO.....	47
1.5.1 Filtración.....	47
2.- MODELADO NUMÉRICO DEL FENÓMENO DE CONSOLIDACIÓN EN SUELOS NO SATURADOS.....	49
2.1- ECUACIONES DE GOBIERNO.	49
2.1.1 Equilibrio mecánico.....	49
2.1.2 Parámetros de la tensión efectiva.	51
2.1.3 Determinación del factor correctivo α	57
2.1.4 Determinación de K_m	59
2.2- MODELO DE FLUJO.....	60
2.2.1 Fase agua	60
2.2.2 Fase aire.....	62
2.2.3 Implementación de la curva característica suelo - agua	63
2.3- 3. DEFORMACIÓN DEL PORO DE AGUA Y DEL PORO DE AIRE	66
2.4- ECUACIONES QUE GOBIERNAN LA CONSOLIDACIÓN NO SATURADA.....	68

3.-	DISCRETIZACIÓN MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	69
3.1-	MODELO ADOPTADO	69
3.2-	COMPARACIÓN CON OTRAS FORMULACIONES	72
3.2.2	Comparación de coeficientes	74
4.-	EJEMPLOS DE CÁLCULO	79
4.1-	INTRODUCCIÓN	79
4.2-	EJEMPLO 1	79
4.3-	EJEMPLO 2:	85
4.4-	EJEMPLO 3	86
5.-	CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	88
6.-	REFERENCIAS	90

RESUMEN

Este trabajo presenta una manera práctica de abordar el cálculo de disipación de tensiones intersticiales durante el proceso de consolidación en suelos no saturados. El modelo de deformación se basó en la teoría de la elasticidad y el de flujo para la fase agua en las leyes de Darcy y de conservación de la masa de fluido, el de flujo para la fase aire se basó, además de la anterior, en la ley de Fick. Ambos modelos se acoplaron a través de los parámetros de tensión efectiva, siendo sus incógnitas relevantes los desplazamientos en la fase sólida y las presiones de poro en las fases agua y aire.

En el Capítulo 1 se realiza un desarrollo teórico de la mecánica de suelos no saturados, abordando los temas necesarios para la comprensión del trabajo realizado, además de una reseña histórica.

En el Capítulo 2 se describe la formulación adoptada, explicitando los parámetros necesarios, además se describe la obtención de los factores α (coeficiente de Biot) y K_m (componente de la compresibilidad del suelo con respecto a un cambio en la succión).

En el Capítulo 3 se presenta la solución del sistema de ecuaciones adoptado mediante la utilización del método de los elementos finitos y la comparación con otras teorías de consolidación por medio de sus coeficientes.

En el Capítulo 4 se presentan tres ejemplos característicos de consolidación en suelos, comenzando por el caso unidimensional de Terzaghi para suelos saturados y finalizando con una zapata corrida con mallado irregular.

Finalmente se presentan las Conclusiones del trabajo realizado y las líneas a seguir en investigaciones futuras.

1.- Resumen teórico

Capítulo 1

Resumen teórico

Se transcribe a continuación un resumen teórico con los temas de la mecánica de suelos para suelos no saturados necesarios para la comprensión e interpretación del fenómeno de consolidación en los mismos.

Se tratarán primeramente tres temas principales. El primero son las propiedades básicas de cada fase de un suelo no saturado, esta información es necesaria para describir el comportamiento del suelo como un sistema de fases, abordando las relaciones volumen – masa, más usadas para resolver problemas en ingeniería. El segundo tratará acerca de las variables de estado, luego se describirán las leyes de flujo para agua y aire, y finalmente se comentará acerca de Flujo en medios porosos.

1.1- INTRODUCCION

En el suelo en estado no saturado coexisten tres fases, sólida, líquida y gaseosa. Yoshimi y Osterberg (1963) resumen los componentes principales de cada una de dichas fases. Fredlund y Morgenstern (1977), sin embargo, consideran que el suelo no saturado se puede tratar como un sistema con cuatro fases, añadiendo a las anteriormente citadas la "membrana contráctil" producida por la interfase entre la fase líquida y la fase gaseosa (figura 1). Según dichos autores es posible hablar de esta cuarta fase por cuanto dicha interfase tiene propiedades diferentes a los materiales que la rodean y tiene unos límites definidos. Por ejemplo, la "membrana contráctil" es menos densa que el agua de la fase contigua, su conductividad térmica es mayor y sus propiedades birrefringentes son similares a las del hielo (Fredlund (1977)).

A efectos de este trabajo se seguirá el criterio tradicional de considerar al suelo en estado no saturado como un sistema trifásico por cuanto la "membrana contráctil" viene considerada implícitamente al estudiar el comportamiento conjunto de las fases líquida y gaseosa con sus propiedades.

1.1.1 Origen de los suelos no saturados

Atendiendo a su origen, los suelos no saturados se pueden clasificar en naturales y artificiales. De entre los primeros se han descrito casos en la bibliografía tanto en suelos sedimentarios, ya sean eólicos, aluviales, coluviales, etc., como en suelos residuales.

Debido a su proceso de formación, los suelos sedimentarios pueden haberse depositado en ambientes acuosos o no acuosos. En el primer caso, procesos de descenso del nivel de la superficie libre del agua hasta quedar por debajo del terreno y su posterior desecación pueden originar un estado no saturado del suelo depositado. Ello implica una mayor probabilidad de aparición de estos fenómenos en zonas con clima árido, donde dicha desecación es más acusada. Sin embargo no sólo los agentes climáticos pueden favorecer dicho fenómeno sino que otros, como puede ser la vegetación, originan procesos similares por absorción del agua intersticial. Esta desecación afecta a un determinado espesor superficial de terreno, que en zonas de clima Mediterráneo puede ser de hasta 10 m.

S.E. de los Estados Unidos	6 a 23 m
Angola	8 m
Sur de la India	8 a 15 m
Africa del Sur	9 a 18 m
Africa Occidental	10 a 20 m
Brasil	10 a 25 m

Espesores típicos de suelos residuales (Lambe y Whitman (1968)).

Los suelos sedimentarios depositados en ambientes no acuosos pueden estar sometidos análogamente a cambios de humedad que los hagan pasar por estados no saturados. Un ejemplo típico lo constituyen los loess que cubren extensas regiones de la Unión Soviética, Estados Unidos, Rumania, Hungría, China, India y otros países, pudiendo tener cientos de metros de espesor (Abelev (1975)), o, en España, los limos yesíferos de Aragón (Faraco (1972)).

En el caso de los suelos residuales su espesor depende de la relación entre la pérdida de material por el arrastre que puedan producir diferentes agentes y la velocidad de meteorización de la roca matriz.

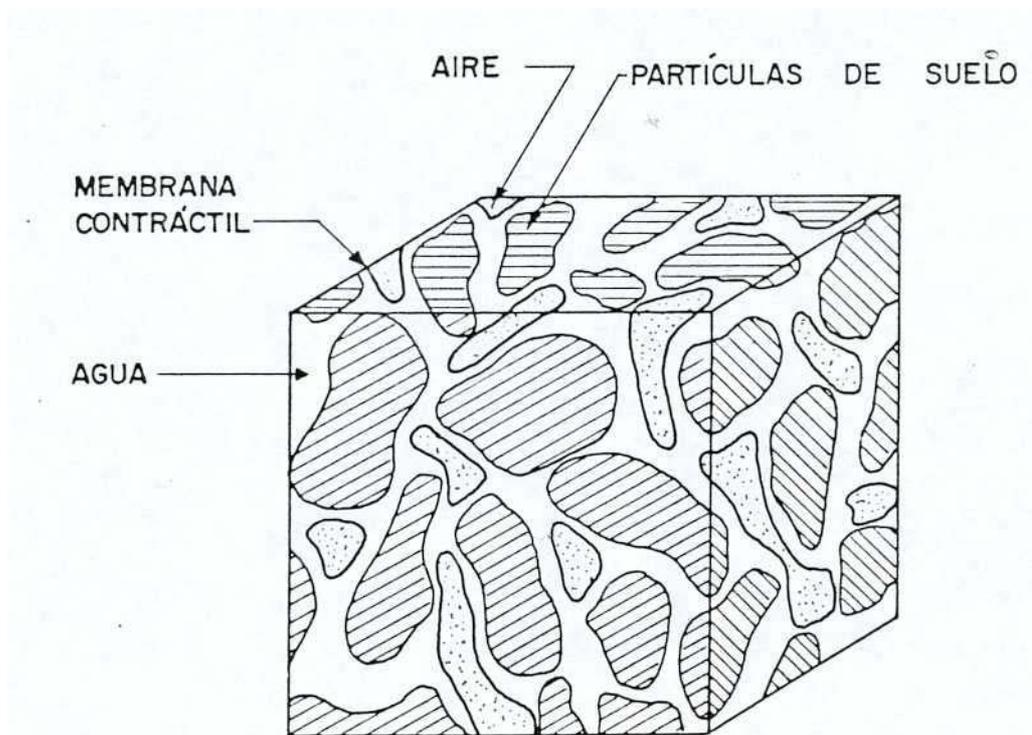
Dentro de los suelos artificiales se encuentran los producidos por el hombre, como son los suelos compactados dispuestos en terraplenes, presas, etc. utilizados en estado no saturado buscando el óptimo para su compactación. Según Barden (1965) existen similitudes entre el comportamiento de suelos artificiales compactados y el de suelos naturales desecados, que pueden permitir unificar su tratamiento, aún cuando ambos materiales tienen algunas propiedades diferentes (los suelos compactados por el lado seco contienen probablemente algunos huecos de aire mayores que los suelos desecados).

1.2- PROPIEDADES DE LAS FASES Y RELACIONES ENTRE ELLAS

A un suelo no saturado se lo define como un sistema trifásico, sin embargo, el importante rol realizado por la interfase agua – aire (o membrana contráctil (contractile skin)) ha generado su inclusión como fase adicional al considerar ciertos mecanismos físicos, si bien lo anterior es

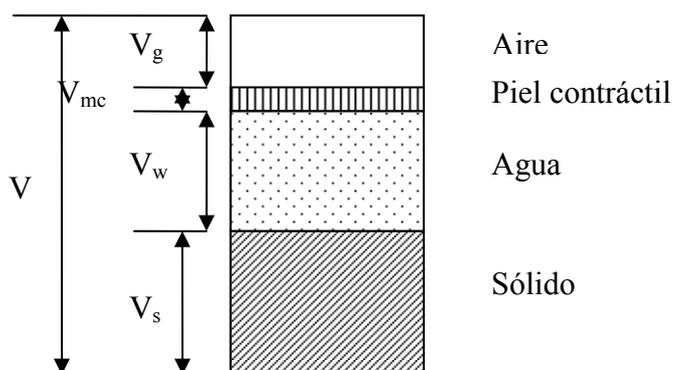
cierto, a esta fase sólo se la tendrá en cuenta teóricamente y servirá para determinar los distintos coeficientes que rigen el comportamiento del suelo.

Cuando la fase aire es continua la membrana contráctil interactúa con las partículas del suelo e influye en el comportamiento mecánico del suelo. Al dejar de ser continuo, pasando a ser burbujas de aire ocluidas, el fluido se torna significativamente compresible. Podemos idealizar un elemento de suelo no saturado, según la siguiente figura:



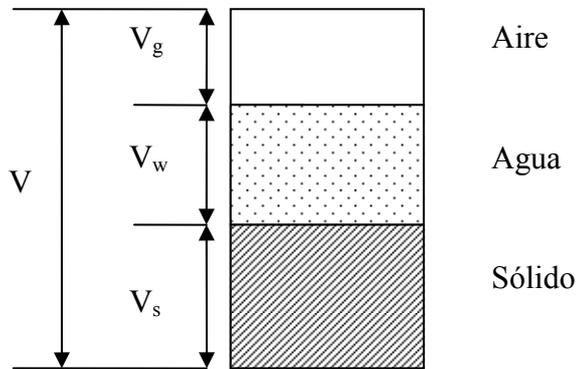
Fases de un suelo no saturado según Fredlund y Morgenstern (1977).

y representarlo esquemáticamente, según la siguiente:



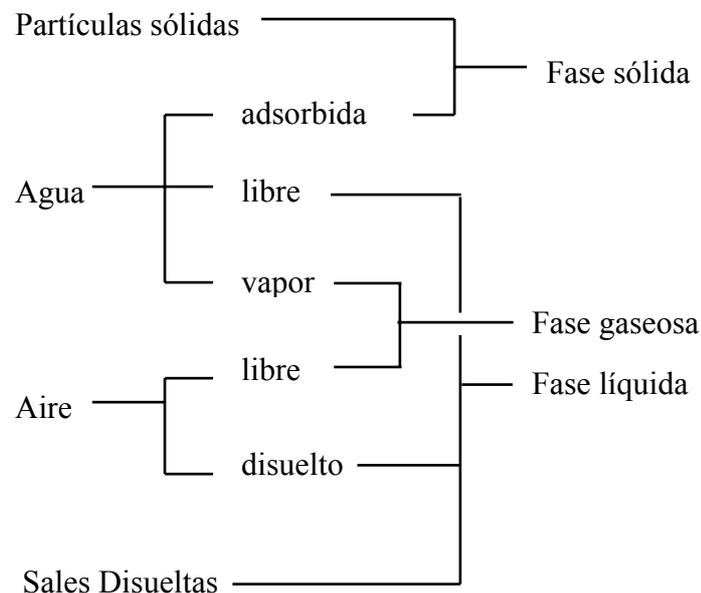
Mientras que la figura anterior muestra un riguroso diagrama de cuatro fases para suelos no saturados, esquematizado la muestra idealizada, la figura siguiente muestra un diagrama simplificado o trifásico, que será usado para describir las propiedades volumen – masa debido a

que el espesor de la membrana contráctil del orden de unas pocas moléculas no influyen en la determinación de estas propiedades:



1.2.1 Fases componentes

Mediante el siguiente esquema podemos visualizar la composición de las fases de un suelo no saturado:



- Fase sólida

Las partículas de suelo, que componen la fase sólida, pueden presentar características altamente variables de unas a otras. Propiedades como su tamaño (granulometría), forma, textura, composición mineralógica, configuración cristalográfica, etc. pueden ser fundamentales en su comportamiento mecánico. Es conocida, por ejemplo, la influencia que tienen las cargas eléctricas de las partículas, su capacidad de cambio catiónico o la formación y variación de la capa doble difusa.

La estructura de las partículas sólidas es especialmente importante en el caso de suelos en estado no saturado debido a la influencia que tiene en el efecto del estado tensional provocado en las interfases entre dichas partículas, el agua y el aire. Así, por ejemplo, la compactación por el lado seco o húmedo del óptimo puede producir estructuras distintas con la consecuente respuesta diferenciada.

En consecuencia la estructura del suelo es un factor de gran importancia para predecir su respuesta y se puede decir, de acuerdo con -Lambe y Whitman (1968), que el conocimiento de la composición de sus partículas individuales, si bien proporciona un conocimiento básico de su comportamiento tiene pocas relaciones útiles con él.

De todo ello se deduce la dificultad de obtener el comportamiento macroestructural del suelo a partir de sus propiedades microestructurales. Se han elaborado, sin embargo modelos que relacionan uno y otro nivel en aspectos parciales.

- **Fase líquida**

La fase líquida la compone fundamentalmente el agua. Químicamente este agua se puede clasificar en tres tipos: el agua higroscópica, adsorbida en la partícula o formando parte de la capa doble difusa, que no puede ser separada por acciones hidrodinámicas, el agua capilar, condicionada por las fuerzas capilares del suelo, y el agua gravitacional, que puede ser separada en condiciones de drenaje libre por gravedad. Las dos últimas son las que se pueden mover por acciones hidrodinámicas (agua libre) (Lambe (1958)).

El agua puede contener sales disueltas que aportan cationes a la capa doble difusa. Es conocida la influencia que la existencia y calidad de estos cationes puede tener en el comportamiento del suelo, pudiendo provocar notables variaciones volumétricas o de resistencia. Skempton y Northey (1952) indican como la reducción de sales en el agua intersticial puede provocar altas sensibilidades en el suelo, pudiendo provocar inestabilidades de grandes masas de terreno (Gregersen (1981)).

- **Fase gaseosa**

La fase gaseosa está fundamentalmente compuesta por aire. Una característica importante del aire es su compresibilidad, en contraste con la incompresibilidad con que habitualmente se trata el agua. Como es sabido, el comportamiento de los gases y concretamente la relación entre su volumen, la presión y la temperatura, puede ser aproximada para intervalos pequeños y niveles bajos de presión por medio de la ley general de los gases perfectos (Barrow (1961)).

- **Interacción entre las fases**

Existen interacciones entre las fases líquida y gaseosa. Por una parte el agua está en equilibrio con su vapor, que forma parte de la fase gaseosa. La presión de vapor, o presión a la que el líquido y su vapor están en equilibrio depende de diversos factores como son la temperatura, la presión parcial del aire o la curvatura de la superficie del líquido (ecuación de Kelvin).

De este Capítulo se podrá concluir la gran dificultad que significa el deducir comportamientos macroestructurales generales a partir de estudios microestructurales. En realidad éste es un problema poco resuelto y entraña una tremenda complejidad, aunque en ocasiones las características microestructurales puedan derivar comportamientos cualitativos, en las formulaciones presentadas en Capítulo 2, se estudia el suelo globalmente.

1.2.2 Propiedades de las fases individuales

Antes de abordar el tema del comportamiento de un sistema de suelo, conviene entender las propiedades básicas de las partículas de suelo, aire, agua y membrana contráctil, de la que solo se trata la tensión superficial.

Densidad y volumen específico

Cada fase del sistema tiene su propia densidad ρ , obtenida a partir del diagrama anterior, a la inversa de la densidad se la denomina volumen específico v_o , también usaremos habitualmente el peso específico ($\gamma = g \cdot \rho$)

- Partículas sólidas

La densidad de las partículas sólidas, se define como:

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (1.2-1)$$

Pero generalmente se la expresa a partir de una variable adimensional denominada gravedad específica G_s ; definida como la relación entre la densidad de las partículas de suelo y la del agua a 4°C bajo ciertas condiciones de presión atmosférica. En el sistema Internacional se la denomina densidad relativa de las partículas de suelo.

-Gravedad específica o densidad relativa de las partículas de suelo

$$G_s = \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (1.2-2)$$

- Fase agua

Se define su densidad como:

$$\rho_w = \frac{M_w}{V_w} \quad (1.2-3)$$

- Fase aire

La densidad del aire puede expresarse como:

$$\rho^g = \frac{M_g}{V_g} \quad (1.2-4)$$

-Volumen específico de aire :

$$v_{g0} = \frac{V_g}{M_g} \quad (1.2-5)$$

El aire se comporta como mezcla de varios gases, además de una cantidad variable de vapor de agua. La mezcla se denomina aire seco (dry air) cuando no hay vapor de agua, y aire húmedo (moist air) cuando tiene vapor de agua.

Puede considerarse que el aire seco o húmedo se comporta como un gas "ideal" bajo las presiones y temperaturas comúnmente encontradas en ingeniería geotécnica.

La ley de los gases ideales puede ser escrita:

$$\overline{p^g} \cdot V_g = \frac{M_g}{W_g} \cdot R \cdot T \quad (1.2-6)$$

donde:

$\overline{p^g}$ presión absoluta del aire = $p^g + p^{atm}$

p^g presión de aire medida.

p^{atm} presión atmosférica.

V_g volumen de aire.

M_g masa de aire.

W_g masa molecular de aire (Kg/Kmol)

R, T constantes.

El lado derecho de la ecuación anterior es constante para un gas en un sistema cerrado con una masa y temperatura constantes.

Bajo estas condiciones podrá ser re-escrita como Ley de Boyle.

$$\overline{p_1^g} \cdot V_{g1} = \overline{p_2^g} \cdot V_{g2} \quad (1.2-7)$$

Trabajando con (1.2-4) y (1.2-6) obtenemos una ecuación para la densidad del aire.

$$\rho^g = \frac{W_g}{R \cdot T} \cdot \overline{p^g} \quad (1.2-8)$$

La masa molecular de aire, W_g , depende de la composición de la mezcla de aire seco y vapor de agua.

De la composición del aire, el nitrógeno y el oxígeno, son esencialmente constantes en la atmósfera, el dióxido de carbono (CO_2) dependerá de las condiciones ambientales (como el grado de uso de combustible fósil). Sin embargo, el componente del aire que más puede variar es el vapor de agua (su porcentaje puede variar de 0.000002 % a 4-5 %).

La masa molecular de aire es afectada por el cambio de cualquier componente, consecuentemente esto afecta la densidad del aire.

La concentración de vapor de agua en el aire, está expresada comúnmente en términos de humedad relativa:

$$RH = \frac{\overline{p_v}}{\overline{p_{v0}}} \cdot (100) \quad (1.2-9)$$

donde:

\overline{RH}	Humedad Relativa
$\overline{p_v}$	Presión parcial de vapor de agua en el aire(kpa)
$\overline{p_{v0}}$	Presión de saturación de vapor de agua a la misma temperatura

Todos los fluidos resisten un cambio de forma o una acción de cizallamiento. Esta resistencia está expresada por la propiedad denominada viscosidad. La viscosidad absoluta (o dinámica) μ , de un fluido está definida como la resistencia del fluido a una fuerza de cizallamiento aplicada mediante dos placas que se desplazan relativamente, con el fluido entre ambas. La viscosidad absoluta depende de la presión y la temperatura. Sin embargo la influencia de la presión es despreciable para el rango de presiones encontrado en las aplicaciones más generales de la ingeniería civil.

Se ha demostrado que la viscosidad de los líquidos decrece ante el incremento de la temperatura, mientras que la viscosidad del aire crece cuando la temperatura aumenta.

El aire y el agua puede combinarse en mezclas miscibles e inmiscibles. La mezcla inmiscible es una combinación aire libre y agua sin ninguna interacción, y se caracteriza por la separación producida por la membrana contráctil. La mezcla miscible de aire y agua puede tener dos formas. Primero aire disuelto en agua que puede ocupar aproximadamente un 2% del volumen con agua. Segundo, el vapor de agua puede presentarse en el aire.

- **Tensión superficial**

La interfase agua – aire (o membrana contráctil) posee una propiedad denominada tensión superficial. El fenómeno de la tensión superficial resulta a partir de fuerzas intermoleculares que actúan sobre las moléculas en la membrana contráctil, estas fuerzas son diferentes a las actuantes en las moléculas en el interior del agua, según la siguiente figura:

Una molécula en el interior del agua experimenta fuerzas iguales (no desbalanceadas) en todas direcciones. Una molécula de agua de la membrana contráctil experimenta una fuerza desbalanceada hacia el interior del agua. Para que la membrana contráctil esté en equilibrio, deberá generarse una fuerza de tensión a lo largo de la membrana contráctil. A la propiedad de ejercer esta tensión se la denomina tensión superficial, la tensión superficial es tangencial a la superficie de la membrana contráctil.

La tensión superficial hace que la membrana contráctil se comporte como una membrana elástica. Este comportamiento es igual al de un globo inflado que tiene una presión mucho mayor adentro que afuera. Si una membrana bidimensional flexible está sujeta a presiones diferentes de cada lado, esta asume una curvatura cóncava hacia el lado de mayor presión, y ejercerá una tensión en la membrana hasta restablecer el equilibrio. La diferencia de presión a través de la superficie curva puede relacionarse a la tensión superficial y el radio de curvatura de la superficie mediante la consideración del equilibrio en la membrana.

Las presiones actuantes en la membrana son u y $u + \Delta u$. La membrana tiene su radio de curvatura R_s y una tensión superficial T_s . Las fuerzas horizontales se equilibran a ambos lados de la membrana, para el equilibrio en la dirección vertical, se requiere que:

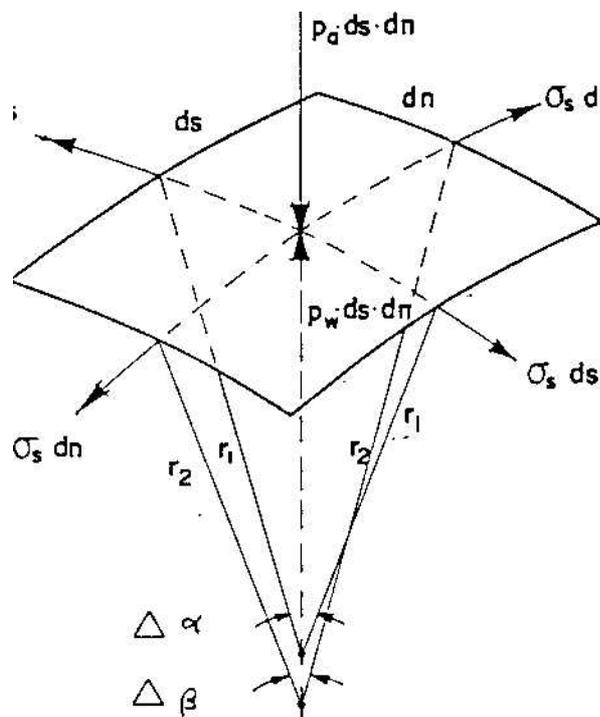
$$2 * T_s * \text{sen } \beta = 2 * \Delta u * R_s * \text{sen } \beta \quad (1.2-10)$$

$$\Rightarrow \Delta u = \frac{T_s}{R_s} \quad (1.2-11)$$

Esta ecuación demuestra que la diferencia de presión a través de una superficie bidimensional con un radio R_s y una tensión superficial T_s . Para superficies con forma de silla de montar o alabeadas (tridimensionales). La ecuación anterior, se transforma según la ecuación de Laplace en:

$$\Delta u = T_s * \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.2-12)$$

El fenómeno descrito puede observarse en la siguiente figura:



Si el radio de curvatura es el mismo en todas las direcciones:

$$\Delta u = \frac{2 * T_s}{R_s} \quad (1.2-13)$$

En un suelo no saturado la membrana contráctil está sujeta a una presión de aire p^g que es más grande que la presión del agua p^w .

La diferencia de presión $(p^g - p^w)$ es conocida como succión matricial, la diferencia de presión ocasiona que la membrana contráctil se curve según (1.2-13):

$$(p^g - p^w) = \frac{2 T_s}{R_s} \quad (1.2-14)$$

$(p^g - p^w)$: succión matricial o diferencia entre las presiones del poro de aire y de agua, actuantes sobre la membrana contráctil.

La (1.2-14) se conoce como ecuación capilar de Kelvin. Si la succión capilar crece, el radio de curvatura decrece, a la membrana contráctil curvada se la denomina frecuentemente “menisco”.

Si la diferencia de presión se vuelve cero, el radio de curvatura tiende a infinito, por lo tanto una superficie de interfase aire – agua, existirá solo si la succión matricial se vuelve cero.

1.2.3 Teoría de la succión del suelo:

El concepto teórico de la succión de suelo fue desarrollado a principio de siglo, desarrollando una teoría principalmente para sistemas asiento–agua–suelo.

La importancia de la succión en la explicación del comportamiento mecánico de los suelos no saturados en problemas de ingeniería fue introducida por el Road Research Laboratory de Inglaterra.

En 1965 se produjo una definición cuantificada de la succión y sus componentes a partir de un contexto termodinámico.

La succión es referida comúnmente como el estado de energía libre del agua del suelo.

La relación termodinámica entre la succión (o energía libre del agua del suelo) y la presión parcial del vapor de agua del poro puede escribirse como:

$$\Psi = -\frac{R.T}{v_{wo} \cdot \omega_v} \cdot \ln \left(\frac{\bar{u}_v}{\bar{u}_{v_o}} \right) \quad (1.2-15)$$

v_{wo} : volumen específico del agua o inversa de la densidad del agua $\left(\frac{1}{\rho_w} \right)$

w_v : masa molecular del vapor de agua (18,016 Kg/kmol).

\bar{u}_v : presión parcial del vapor de agua del poro.

\bar{u}_{v_o} : presión de saturación del vapor de agua sobre una superficie plana de agua a la misma temperatura.

La (1.2-15) muestra que el estado de referencia para cuantificar los componentes de la succión es la presión de vapor sobre una superficie de agua pura. El término $\bar{u}_v / \bar{u}_{v_o}$ se llama humedad relativa RH (%). Si seleccionamos una temperatura de referencia de 20°C, las constantes de (1.2-15) toman un valor de 135.022 Kpa, por lo que se la puede reescribir como una relación fija entre la succión total y la presión de vapor relativa.

$$\Psi = -135.022 * \ln \left(\frac{\bar{u}_v}{\bar{u}_{v_o}} \right) \quad (1.2-16)$$

Ψ : succión total o succión del suelo.

Valores menores que 100% de RH en un suelo indicaría la presencia de succión en la misma. Se sabe también que la succión puede ser extremadamente alta, por ejemplo para RH = 97%, Ψ = 8.000 Kpa. El rango de succiones en ingeniería geotécnica corresponderá a altas humedades relativas.

- **Componentes de la succión del suelo.**

A la succión del suelo se la cuantifica en función de RH, también denominado succión total, está formada por dos componentes: “matric suction” & “osmotic suction”.

Podemos definir de la siguiente manera:

Componente matricial o capilar de la energía libre: en términos de succión, es la succión equivalente derivada de la medición de la presión parcial del vapor de agua en equilibrio con el agua del suelo, similar a la presión parcial del vapor de agua en equilibrio con una solución idéntica, en composición, al agua.

Componente osmótica de energía libre: en términos de succión, es la succión equivalente derivada de la medición de la presión parcial del vapor de agua en equilibrio con una solución idéntica en composición a la del agua del suelo, semejante a la presión parcial del vapor de agua en equilibrio con el agua pura libre

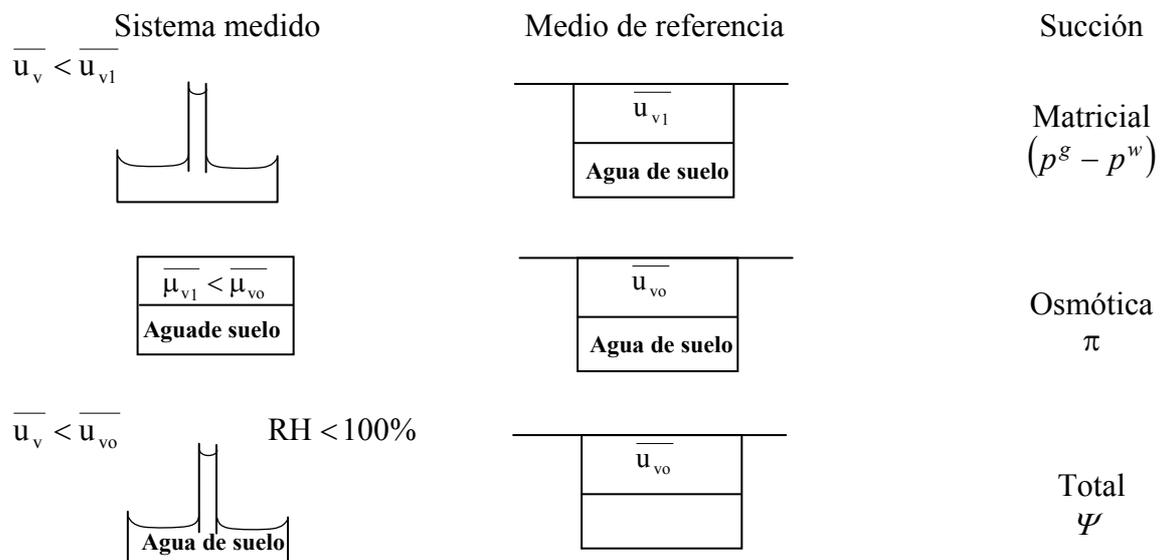
Succión total o energía libre del agua del suelo: es la succión equivalente derivada de la medición de las presiones parciales del vapor de agua en equilibrio con una solución idéntica en composición a la del agua del suelo, semejante a la presión parcial del vapor de agua en equilibrio con el agua pura libre

Estas definiciones establecen claramente que la succión total corresponde a la energía libre del agua del suelo, mientras que las succiones matriciales y las osmóticas son componentes de la energía libre, esto puede escribirse como:

$$\Psi = (p^g - p^w) + \pi \quad (1.2-17)$$

Ψ succión total
 $(p^g - p^w)$ succión matricial
 π succión osmótica

La siguiente figura ilustra el concepto de succión total y sus componentes en relación de la energía libre del agua del suelo. La succión matricial está comúnmente asociada con el fenómeno de capilaridad a partir de la superficie de tensión del agua.

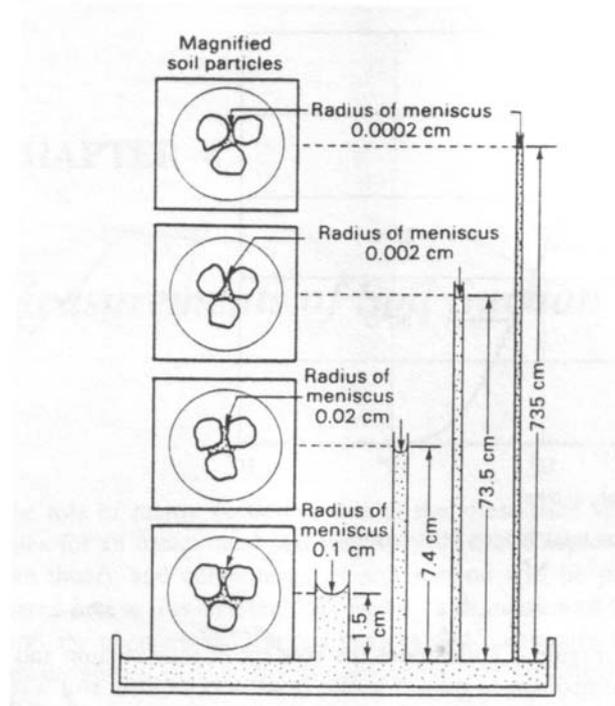


En el suelo, los poros con radios pequeños actúan como tubos capilares que causan que el agua de los mismos ascienda sobre el nivel del agua.

La capilaridad tiene una presión negativa con respecto a la presión del aire, que generalmente es atmosférica.

En grados bajos de saturación la presión del poro de agua puede ser altamente negativa, como valores tan bajos como 7.000 Kpa. En estos casos, la fuerza de adsorción juega un rol altamente importante en la presión de poro de agua negativa.

Consideramos un tubo capilar con agua de suelo, la superficie de agua en un tubo de agua es curva y se llama menisco, esta descripción puede observarse mediante la siguiente figura (Fredlund & Rahardjo).



Por otro lado, la misma agua del suelo tendrá una superficie plana cuando descansa en un gran recipiente. La presión parcial de vapor de agua sobre la superficie curvada del agua del suelo, \bar{u}_v es menor que la presión parcial del vapor de agua sobre una superficie plana de la misma agua del suelo \bar{u}_{v1} (es decir $\bar{u}_v < \bar{u}_{v1}$ de la figura anterior). En otras palabras la humedad relativa en un suelo decrecerá debido a la presencia de superficie de agua curvadas producidas por fenómenos capilares.

La presión de vapor de agua o la humedad relativa decrece cuando el radio de curvatura es inversamente proporcional a la diferencia entre las presiones de aire y de agua ($p^g - p^w$) y se la llama succión matricial, y esto contribuye a una reducción de la humedad relativa.

El agua de poro en un suelo contiene generalmente sales disueltas.

La presión del vapor de agua sobre una superficie plana de solvente, \bar{u}_{v1} , es menor que la presión de vapor de agua sobre una superficie de agua pura, \bar{u}_{v0} . En otras palabras, la humedad relativa decrece para un incremento de sales disueltas en el agua de poro del suelo. El decrecimiento de la humedad relativa debido a la presencia de sales disueltas en el agua de poro referidas como succión osmótica π .

Valores típicos de succión y sus dispositivos de medición:

La tabla a continuación muestra valores típicos de succiones matricial, osmótica y total para dos suelos que frecuentemente forman la subrasante de caminos en Canadá. La arcilla Regina es altamente plástica, arcilla inorgánica con LL:78% y LP:31%. El depósito glacial tiene LL:34% y LP:17%, los valores de succión dados para el óptimo y el 2% mas seco que el óptimo.

	Contenido de agua %	Succión		
		Matricial ($p^s - p^w$)	Osmótica π	Total Ψ
Arcilla Regina	30,6 (óptima)	273	187	460
	28,6	354	202	556
Depósito glacial	15,6	310	290	600
	13,6	556	293	849

Fenómenos de superficie

El estado tensional producido en las zonas de contacto entre fases diferentes será debido a la acción de las fuerzas de atracción y repulsión intermoleculares de origen eléctrico y gravitatorio. Estas últimas, sin embargo, son prácticamente despreciables en este sentido.

En estas zonas de contacto se combinarán las fuerzas de cohesión propias de cada fase y las fuerzas de adhesión entre moléculas de fases diferentes. En el caso de un suelo no saturado esto ocurrirá en las interfases agua – partículas, aire – partículas, aire – agua y aire – agua – partículas. Estas dos últimas son las que tienen mayor importancia y son tratadas más ampliamente a continuación.

Las moléculas de agua se ven sometidas, en el interior del fluido, a fuerzas de atracción de todas las que les rodean, quedando estas fuerzas en equilibrio. Al acercarnos a la interfase con el aire las fuerzas de adhesión con las moléculas de éste son menores que la cohesión propia del agua, por lo que las moléculas se ven sometidas a una componente neta tendiente a introducirlas en el fluido, es decir, están en un estado energético superior. Este fenómeno provoca que el agua tienda a tener el mínimo número posible de moléculas en la interfase, para llegar a su estado de energía mínima, por lo que aparecen fuerzas en las capas cercanas al aire que producen la tensión superficial.

Aunque este estado tensional se produce progresivamente al acercarnos a la interfase, en el caso de fluidos inmiscibles se puede considerar que sólo afecta a la lámina infinitesimal de contacto (Bear (1972)).

Esta superficie de contacto tenderá a tener la mínima área posible y será, en cada punto, perpendicular a la fuerza resultante a la que se ven sometidas las partículas. El equilibrio de un elemento diferencial de interfase nos relacionará las presiones de aire, p_a y de agua, p_w , la tensión superficial, σ_s y los radios de curvatura principales, r_1 y r_2 de la superficie de contacto, de acuerdo con la ecuación de Laplace (1.2-14):

Debido a su origen, la tensión superficial dependerá fundamentalmente de la naturaleza de las sustancias en contacto, y de la temperatura, que influye en las fuerzas intermoleculares generadas. Así, en el caso de interacción aire-agua, se obtuvo que la tensión superficial tiene un valor aproximado de 0,074 N/m a 15°C y disminuye con la temperatura a una tasa del orden del 0,19 %/°C.

En las zonas de contacto entre las partículas sólidas, el agua y el aire, se combinarán las fuerzas intermoleculares producidas por las tres fases, creando las correspondientes tensiones superficiales. La superficie de contacto aire-agua se colocará en esa zona perpendicularmente a la fuerza resultante de las acciones intermoleculares citadas, creando los meniscos. De la misma forma anteriormente indicada, el ángulo entre las fuerzas resultantes y la normal a la superficie de las partículas, o ángulo de contacto, dependerá de la naturaleza de las tres sustancias consideradas y de la temperatura.

En el caso de partículas sólidas-aire-agua este ángulo es muy pequeño, prácticamente nulo con superficies sólidas muy lisas (menisco cóncavo hacia el gas mojándose las partículas) contrariamente a lo que ocurre, por ejemplo, si en vez de agua hay mercurio, en cuyo caso las fuertes fuerzas cohesivas de este líquido producen meniscos convexos hacia el gas no mojándose las partículas

El ángulo de contacto, si bien es constante en situación estática para tres sustancias dadas y cada temperatura, varía en condiciones dinámicas. En el caso partículas sólidas - agua - aire aumenta cuando el agua se mueve mojando a las partículas sólidas, y disminuye en caso contrario, lo cual causa la aparición de fenómenos de histéresis cuando el suelo es sometido a ciclos secado-humedecimiento.

Este estado tensional adicional interno al suelo producido por la tensión superficial en los contactos partículas-aire-agua incrementará las fuerzas interpartículas, en general, sin dirección preferente (presión intergranular isotrópica). Sin embargo, dependiendo de las características de las partículas o de su disposición, estas presiones intergranulares pueden llegar a ser anisotrópicas, como ocurre, por ejemplo, en estructuras dispersas arcillosas, de acuerdo con el modelo de Lambe (1958), en las que la acción de la tensión superficial puede tener una componente total neta en una dirección determinada (Marsal (1979)).

La acción intergranular resultante se obtendrá de la integración de todas estas tensiones a lo largo de su zona de contacto con las partículas. Aitchison y Donald (1956) o Sridharan (1968), citado por Wood (1979), entre otros, deducen teóricamente a partir de suelos formados por esferas o a partir de suelos naturales estimando la superficie de las partículas, el espesor de agua adsorbida, la distribución de tamaños de poros, etc., que esta acción intergranular presenta un máximo al variar el grado de saturación, dependiente de la granulometría del suelo y de su índice de poros. Esto puede ser debido al efecto combinado de la magnitud de las tensiones generadas y la superficie sobre la que se aplican.

1.2.4 Relaciones volumen - masa (Propiedades índices)

Las relaciones volumen – masa de las partículas de suelo y de las fases agua y aire son muy usadas en la práctica. Se obtienen de combinar las propiedades volumétricas y gravimétricas del suelo, primeramente las definiremos según su forma macroscópica por ser la usual en mecánica de suelos.

- Grado de saturación

Al porcentaje de espacio vacío que contiene agua se lo expresa como grado de saturación $S\%$

Se lo puede subdividir en tres grupos

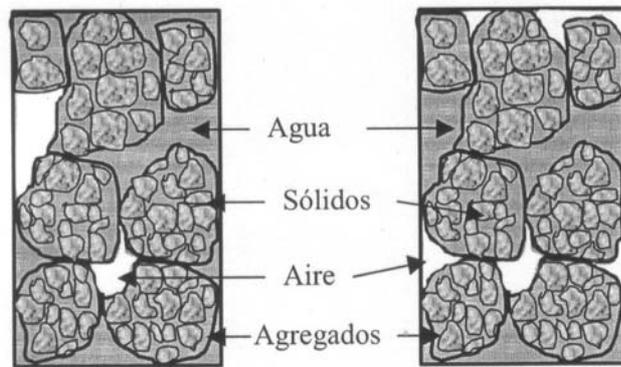
Suelo seco ($S_w = 0$), consiste en partículas de suelo y aire, sin agua presente.

Suelo saturado ($S_w = 1$), todos los vacíos en el suelo están llenos de agua.

Suelos no saturados ($0 < S_w < 1$), pudiendo a su vez dividirse, según su humedad en:

de fase de aire continua
con burbujas de aire ocluidas.

Según puede observarse en la siguiente figura:



a) Agua continua y discontinua la fase de aire

b) Fase de agua y aire continuos

Primeramente esta subdivisión depende del grado de saturación. Un suelo no saturado con una fase de aire continuo, tiene generalmente un grado de saturación menor que 80% ($S_w < 80\%$). El aire ocluido en burbujas, ocurre cuando el grado de saturación se encuentra entre 80 y 90%.

$$S_w = \frac{V_w}{V_v} \quad (1.2-18)$$

De la misma manera podemos describir la saturación para el poro de aire, según la siguiente ecuación:

$$S_g = \frac{V_g}{V_v} = \frac{V_v - V_w}{V_v} = (1 - S_w) \quad (1.2-19)$$

- Porosidad

La porosidad es la relación entre el volumen de vacíos y el volumen total,

$$\eta = \frac{V_v}{V} \quad (1.2-20)$$

aunque en suelos no saturados o en sistemas multifásicos es conveniente utilizarla como la relación entre el volumen de cada fase y el volumen total:

$$\eta_\pi = \frac{V_\pi}{V} \quad (1.2-21)$$

el subíndice π indica la fase a la cual se hace referencia

Pudiendo definirse:

$$\text{Porosidad de granos de suelo.} \quad \eta_s = \frac{V_s}{V} \quad (1.2-22)$$

$$\text{Porosidad de agua.} \quad \eta_w = \frac{V_w}{V} \quad (1.2-23)$$

$$\text{Porosidad de aire.} \quad \eta_g = \frac{V_g}{V} \quad (1.2-24)$$

Las porosidades de agua y aire dependen del grado de saturación, y pueden obtenerse de la siguiente manera:

$$\text{Porosidad de agua.} \quad \eta_w = nS_w \quad (1.2-25)$$

$$\text{Porosidad de agua.} \quad \eta_g = nS_g = n(1 - S_w) \quad (1.2-26)$$

Al volumen de la piel contráctil se lo considera nulo o parte del volumen de la fase agua.

La porosidad de agua o de aire representa su proporción volumétrica en el suelo, y la suma de las porosidades de las fases debe ser igual a 1.

$$\eta_s + \eta = \eta_s + \eta_g + \eta_w = 1 \quad (1.2-27)$$

- **Relación de vacíos**

Se la define como la relación entre el volumen de vacíos y el volumen de suelo.

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (1.2-28)$$

$$\eta = \frac{e}{1 + e} \quad (1.2-29)$$

- **Contenido del agua**

Al contenido de agua se lo define como la relación de la masa de agua y de partículas de suelo. También se lo refiere como contenido gravimétrico de agua θ_w , definido como la relación entre

el volumen de agua v_w y el volumen total del suelo v .

$$w = \frac{M_w}{M_s} \cdot 100 \quad (1.2-30)$$

Contenido volumétrico del agua.

$$\theta_w = \frac{V_w}{V} = \frac{S_r \cdot V_v}{V} = S_r \cdot n = \frac{S \cdot e}{1 + e} \quad (1.2-31)$$

- Densidad del suelo.

Comúnmente se usan dos funciones de densidad del suelo, la densidad total y la seca. La densidad total (o bulk density) ρ , es la relación entre la masa total M y el volumen total V .

$$\text{Total} \quad \rho = \frac{M}{V} \quad (1.2-32)$$

(densidad volumétrica total, también llamada "bulk density")

La densidad seca ρ_d , se define como la relación entre la masa del suelo M_s y el volumen total V .

$$\text{Seco} \quad \rho_d = \frac{M_s}{V} \quad (1.2-33)$$

Otra densidad es la saturada o flotante. La densidad saturada de un suelo es la densidad total para el caso en que los vacíos están llenos de agua ($v_e = 0$; $S_w = 1$). La densidad flotante es la diferencia entre la densidad saturada y la del agua.

1.2.5 Relaciones básicas volumen-masa.

La masa y el volumen para cada fase pueden relacionarse unas a otras usando operaciones básicas a partir del diagrama esquemático de fases, obteniéndose las siguientes relaciones útiles:

$$\begin{aligned} M_w &= \rho^w \cdot V_w \\ V_w &= S_w \cdot e \cdot V_s \\ M_w &= \rho^w \cdot S_w \cdot e \cdot V_s \end{aligned} \quad (1.2-34)$$

$$\begin{aligned} M_w &= w \cdot M_s \\ M_s &= G_s \cdot \rho^w \cdot V_s \\ M_w &= w \cdot G_s \cdot \rho^w \cdot V_s \end{aligned} \quad (1.2-35)$$

$$S_w \cdot e = w \cdot G_s \quad (1.2-36)$$

$$\rho = \frac{G_s(1+w)}{1+e} \cdot \rho^w = \frac{G_s + S \cdot e}{1+e} \cdot \rho^w$$

$$\theta_w = \frac{S_w \cdot G_s}{S_w + w \cdot G_s} \quad (1.2-37)$$

1.2.6 Cambios en las relaciones volumen-masa.

Las relaciones básicas volumen-masa se aplican a cualquier combinación de S_w , e y w . Cualquier cambio en alguna de estas propiedades puede producir cambios en las otras dos. Los cambios en dos de estas cantidades deben ser determinados o medidos para poder computar un cambio en la tercer cantidad. Si se conoce el cambio en e y w , podemos conocer y computar en S y viceversa. Las relaciones entre los cambios en las propiedades volumen-masa pueden ser obtenidos de las “relaciones básicas volumen-masa”.

Si se considera que un suelo sufre un proceso tal que produzca cambios en sus propiedades volumen-masa. Antes del mismo, las propiedades volumen-masa del suelo tienen las siguientes relaciones:

$$S_i \cdot e_i = w_i \cdot G_s \quad (1.2-38)$$

Al final del proceso, el suelo tiene una propiedad final V-M que son también relacionadas mediante relaciones V-M:

$$S_f \cdot e_f = w_f \cdot G_s \quad (1.2-39)$$

Podemos entonces escribir las siguientes relaciones inicial-final:

$$S_f = S_i + \Delta S_r \quad (1.2-40)$$

$$e_f = e_i + \Delta e \quad (1.2-41)$$

$$w_f = w_i + \Delta w \quad (1.2-42)$$

Sustituyendo en los anteriores podemos obtener:

$$\Delta S_w = \frac{(\Delta w \cdot G_s - S_i \cdot \Delta e)}{e_f}$$

$$\Delta e = \frac{(\Delta w \cdot G_s - \Delta S_w \cdot e_i)}{S_f} \quad (1.2-43)$$

$$\Delta w = \frac{(S_f \cdot \Delta e + \Delta S_w \cdot e_i)}{G_s}$$

1.3- VARIABLES DE ESTADO

El comportamiento mecánico de un suelo puede ser descrito en términos del estado de tensiones del suelo. El estado de tensiones en un suelo consiste en ciertas combinaciones de variables de tensión que pueden ser referidas como “variable de estado “.Estas variables deben ser independientes de las propiedades físicas de los suelos.

El número de variables de estado requeridos para la descripción del estado de tensiones de un suelo depende principalmente del número de fases involucradas.

La tensión efectiva, $(\sigma - p^w)$, para suelos saturados se ha considerado a menudo como una ley física .Más correctamente, la tensión efectiva es simplemente una variable de estado que puede usarse para describir el comportamiento de un suelo saturado.

La variable tensión efectiva es aplicable a arenas, limos, o arcillas porque es independiente de las propiedades del suelo. El proceso de cambio de volumen y las características de corte de un suelo saturado son controladas por la tensión efectiva.

Las variables del estado para un suelo no saturado han sido considerablemente más difíciles de establecer. Solo recientemente ha habido algún acuerdo sobre las variables de estado más aceptables a usar en la práctica.

Se propone repasar el desarrollo histórico de los sucesivos análisis realizados para obtener una descripción aceptable del estado de tensiones, y la forma matemática y evidencia experimental pertinente a la descripción del estado de tensiones.

1.3.1 Historia de la descripción del estado de tensiones.

El concepto de tensión efectiva ha sido aceptado y estudiado para suelos saturados. Se han hecho numerosos intentos para desarrollar un concepto similar de tensiones efectivas para suelos no saturados.

Sin embargo, los suelos no saturados son más complejos, y esto ha hecho más difícil arribar a un consenso considerando la descripción del estado de tensiones. El uso de una simple valoración de la tensión efectiva para suelo no saturado encontró muchas dificultades, y ha llevado a numerosas investigaciones a la conclusión de que deben ser usados dos estados de tensiones independientes, para suelos no-saturados.

- **Concepto de tensión efectiva para un suelo saturado.**

La mecánica de suelos es una ciencia que ha sido aplicada con éxito a muchos problemas geotécnicos que involucran suelos saturados. Este éxito es debido a la habilidad de los ingenieros de relacionar el comportamiento del suelo observado con condiciones de tensión en el suelo. Terzaghi describió las variables de estado controlando el comportamiento de un suelo saturado como sigue:

Las tensiones en cualquier punto de una sección de suelo pueden ser obtenidas a partir de las tensiones principales totales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ que actúan en dicho punto. Si los vacíos del suelo se llenan con agua con una presión p^w la tensión principal total consiste en dos partes. Una parte, p^w actúa en el agua y en el sólido en todas direcciones con igual intensidad y se la llama presión neutra o de poro. El equilibrio $\sigma_1' = \sigma_1 - p^w$, $\sigma_2' = \sigma_2 - p^w$ y $\sigma_3' = \sigma_3 - p^w$ representa un

exceso sobre la presión neutra p^w , y tiene su asiento exclusivamente en la parte sólida del suelo. Todos los efectos medibles de un cambio de tensiones, tales como compresión, distorsión y un cambio en la resistencia al corte, son exclusivamente debido a cambios en la tensión efectiva σ_1' , σ_2' y σ_3' .

La variable de estado para suelos saturados ha sido llamada tensión efectiva o presión efectiva, y es comúnmente expresada :

$$\sigma' = \sigma - p^w \quad (1.3-1)$$

Las pruebas han mostrado que se necesita un valor simple de tensiones efectivas, (o una variable de estado $(\sigma - p^w)$) para describir el comportamiento de un suelo saturado. La validación de la tensión efectiva como una variable de estado ha sido aceptada y demostrada experimentalmente, por lo que un cambio de las tensiones efectivas alterará el estado de equilibrio de un suelo saturado.

- **Propuesta de ecuaciones de tensión efectiva para un suelo no saturado.**

El comportamiento del suelo no saturado es más complejo que el del saturado.

Los suelos no saturados han sido generalmente considerados como un sistema trifásico, arenque como vimos se introdujo a la piel contráctil (contractil skin) como una cuarta e independiente fase.

La consideración de la piel contráctil en el comportamiento mecánico del suelo se hace a través de los coeficientes o parámetros que definen el comportamiento del mismo, evitando de esta manera considerarlo como una cuarta fase. Desde el primer momento se intentó obtener una descripción fehaciente del comportamiento mecánico de suelos no saturados a partir de una extensión del concepto de tensión efectiva para suelos saturados. Todas las propuestas, también llamadas ecuaciones “tensión efectiva” han intentado proveer de una simple valoración de tensión efectiva o de una variable de estado para suelos no-saturados.

En 1941, Biot propone una teoría general de consolidación para un suelo no saturado con burbujas de aire ocluidas.

Las ecuaciones constitutivas que relacionan tensiones y deformaciones están formuladas en términos de la tensión efectiva $(\sigma - p^w)$ y de la presión del poro de agua p^w . Esto es decir, se reconoce la necesidad de separar los efectos de la tensión total y la presión de poro.

Personnel at the Roads Research Laboratory propone la siguiente ecuación para un suelo no-saturado.

$$\sigma' = \sigma - \beta' p^w \quad (1.3-2)$$

β' = factor de vínculo (es una medida del número de vínculos bajo tensión efectiva en contribución con el esfuerzo de corte del suelo)

Bishop (1959) sugiere una expresión tentativa para tensión efectiva que obtuvo referencia generalizada:

$$\sigma' = (\sigma - p^w) + \chi(p^g - p^w) \quad (1.3-3)$$

donde:

χ parámetro relacionado al grado de saturación del suelo

La magnitud de χ es 1 para suelo saturado y 0 para seco.

La relación entre χ y S_r se obtiene experimentalmente.

En 1961, Aitchison propuso la siguiente ecuación:

$$\sigma' = \sigma + \psi p'' \quad (1.3-4)$$

donde:

ψ parámetro con valores de 0 a 1

p'' falta de presión del poro de agua

También en 1961, Jennings propone:

$$\sigma' = \sigma + \beta p'' \quad (1.3-5)$$

donde:

β Valor estadístico del mismo tipo que el de área de contacto que puede medirse experimentalmente

p'' Presión negativa del poro de agua tomada como valor positivo

Las ecuaciones (1.3-2), (1.3-3), (1.3-4) y (1.3-5) son equivalentes cuando la presión del poro de aire usada en las cuatro ecuaciones es la misma. (es decir : $\beta' = \chi = \varphi = \beta$). Solamente la fórmula de Bishop (1.3-3) refiere la presión total y la del poro de agua a la presión del poro de aire, las otras ecuaciones simplemente usan presiones medidas que se relacionan a la presión de aire externa.

Jennings y Burland (1962) dicen que la ecuación de Bishop no proveía una adecuada relación entre cambio de volumen y tensión efectiva para la mayoría de los suelos, particularmente para aquellos bajo un grado crítico de saturación. El grado crítico de saturación se estimó en:

20%	para sedimentarios y arenas.
85.9%	para arcillas.

En todas las ecuaciones propuestas se utilizan parámetros de suelo, la incorporación de una propiedad del suelo en la descripción del estado de tensiones lleva a dificultades, por lo que las variables usadas para la descripción de un estado de tensiones deben ser independientes de las propiedades del suelo.

Esto es, la propiedad del suelo en la ecuación de tensión efectiva tiene distintos valores para distintos problemas, distintos caminos de tensiones y distintos tipos de suelo.

Posteriormente, ha habido una tendencia a usar variables de estado independientes para suelos no saturados, en otras palabras, la ecuación de tensión efectiva ha sido separada en dos variables de estado independientes, y no existe mayormente la necesidad de incorporación de propiedades de suelo en la descripción del estado de tensión.

Coleman (1962) sugiere el uso de variables de tensión “reducidas”, $(\sigma_1 - p^g)$, $(\sigma_2 - p^g)$, $(\sigma_3 - p^g)$, y $(p^w - p^g)$ para representar las tensiones axial, de confinamiento y del poro de agua, respectivamente en el ensayo triaxial. Las relaciones constituidas para cambio de volumen en suelos no saturados están formuladas en términos de las variables de tensión de más arriba.

Burland (1964-1965) sugirió que el comportamiento mecánico de un suelo no-saturado debía ser relacionado independientemente de las variables de tensión, $(\sigma - p^g)$, y $(p^g - p^w)$ siempre que sea posible.

Richards (1966) incorpora un nuevo componente

$$\sigma' = \sigma - p^g + \chi_m \cdot (h_m + h_a) + \chi_s \cdot (h_s + h_a) \quad (1.3-6)$$

donde:

χ_m	Parámetro de tensión efectiva para succión matricial
h_m	Succión Matricial
χ_s	Parámetro de tensión efectiva para succión osmótica
h_s	Succión osmótica

Aitchison (1965 a, 1973) presenta una modificación de lo de Richards

$$\sigma' = \sigma + \chi_m \cdot p_m'' + \chi_s \cdot p_s'' \quad (1.3-7)$$

p_m'' succión matricial, $(p^g - p^w)$

p_s'' succión del soluto,

La reexaminación de las ecuaciones de tensiones efectivas propuestas ha llevado a muchos investigadores a sugerir el uso de variables de estado independiente, $((\sigma - p^g)$ y $(p^g - p^w))$ para describir el comportamiento mecánico de suelos no saturados.

Fredlund y Morgenstern (1977) presentan un análisis de tensión teórica de un suelo no saturado basándose en la mecánica del continuo multifásico. Los suelos no saturados se consideran un sistema de cuatro fases. Las partículas de suelo están consideradas incompresibles y el suelo fue tratado como químicamente inerte.

Hay tres posibles combinaciones que pueden usarse como variables de estado para un suelo no saturado:

1.) $(\sigma - p^g)$ y $(p^g - p^w)$ (1.3-8)

2.) $(\sigma - p^w)$ y $(p^g - p^w)$ (1.3-9)

3.) $(\sigma - p^g)$ y $(\sigma - p^w)$ (1.3-10)

En un análisis tridimensional de tensiones, las variables de estado de un suelo no saturado forman dos tensores de tensiones independientes. Las variables de estado pueden usarse para formular ecuaciones constitutivas que describan el comportamiento del esfuerzo de corte y del cambio de volumen. Esto elimina la necesidad de encontrar un valor de tensiones efectivas que sea aplicable a ambos problemas.

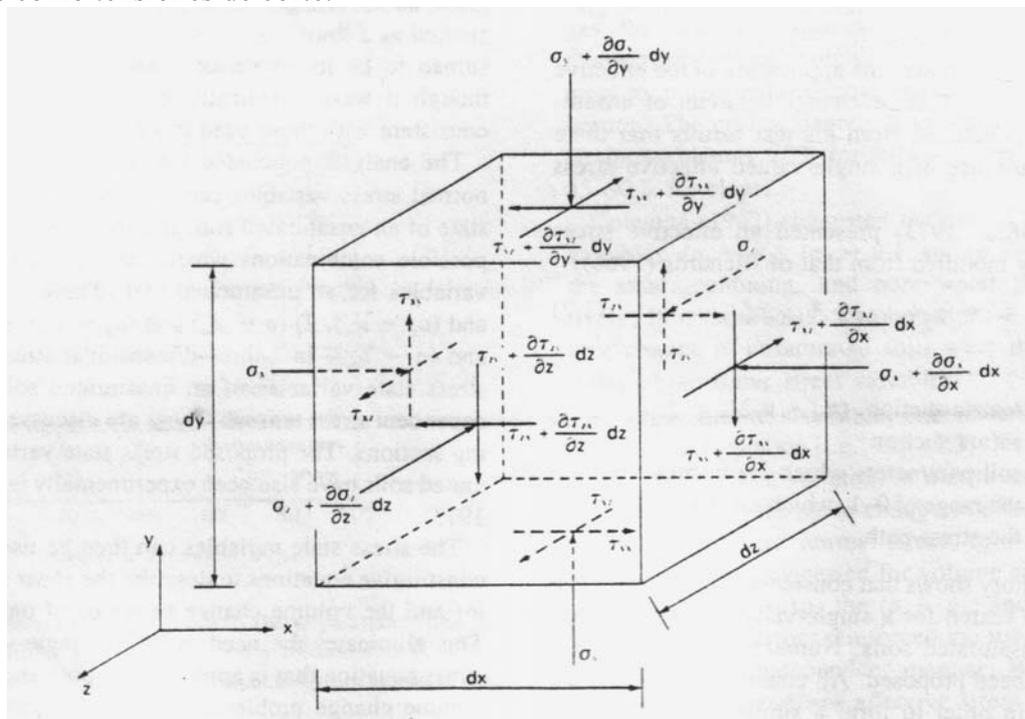
1.3.2 Variables de estado para suelos no saturados.

El comportamiento mecánico de los suelos se controla por las mismas variables de tensión que controlan el equilibrio de la estructura de suelo. Por lo tanto, las variables de tensión requeridas para describir el equilibrio de la estructura de suelo pueden tomarse como variables de estado para el suelo. Las variables de estado de tensión deben expresarse en términos de tensiones medibles, tales como la tensión total, la presión del agua de poro p^w , y la presión del poro de aire p^g .

Un análisis de la tensión de equilibrio puede llevarse a cabo para un suelo no saturado después de considerar el estado en tensiones en un punto del suelo.

- Análisis del equilibrio para suelos no saturados.

Hay dos tipos de fuerza que puedan actuar en un elemento de suelo, las de masa y las de superficie. las fuerzas de masa actúan a través del centroide del elemento de suelo y se expresan en fuerzas por unidad de volumen. (ej. fuerzas de interacción entre fases y gravitacional). Las de superficie (ej. cargas externas) actúan solamente en las superficies del elemento. La componente de un vector tensión perpendicular al plano se define como tensión normal. Las componentes paralelas como tensiones de corte.



El signo positivo en σ significa, compresión.

La variación espacial de los componentes de las tensiones pueden expresarse como su derivada con respecto al espacio.

- **Ecuaciones de equilibrio.**

Una condición de equilibrio para un elemento de suelo no saturado implica que las cuatro fases del suelo están en equilibrio. Asumimos que cada fase se comporta en forma independiente, lineal, continua y coincidente con el campo de tensiones en cada dirección.

Podemos escribir una ecuación de equilibrio independiente para cada fase y superponerla usando el Principio de superposición. Sin embargo esto no eleva las ecuaciones de equilibrio con tensiones que puedan medirse. (Ej. Las tensiones ínter partículas no pueden medirse directamente)

Por lo tanto es necesario combinar las fases independientes de manera tal que las tensiones medibles aparezcan en la ecuación de equilibrio para la estructura del suelo.

La ecuación de fuerzas en equilibrio para la fase aire, la fase agua y la piel contráctil, junto con la ecuación de equilibrio total para el elemento de suelo se usan en la formulación de la ecuación de equilibrio para la estructura de suelo. En la dirección Y, la ecuación de equilibrio para la estructura de suelo tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial (\sigma_y - p^g)}{\partial y} + (n_w + n_c f^*) \frac{\partial (p^g - p^w)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + (n_c + n_s) \frac{\partial p^g}{\partial y} + n_s \rho_s g - F_{sy}^w - F_{sy}^a + n_c (p^g - p^w) \frac{\partial f^*}{\partial y} = 0 \quad (1.3-11)$$

f^* Función de interacción entre el equilibrio de la estructura de suelo y el equilibrio de la piel contráctil

g Constante gravitacional

ρ_s Densidad de las partículas de suelo

F_{sy}^w Fuerza de interacción entre la fase agua y las partículas de sólidos en dirección y

F_{sy}^a Fuerza de interacción entre la fase aire y las partículas de sólidos en dirección y

Las variables de tensión que controlan el equilibrio de las partículas de suelo también controlan el equilibrio de la piel contráctil por medio de la función de interacción: f^*

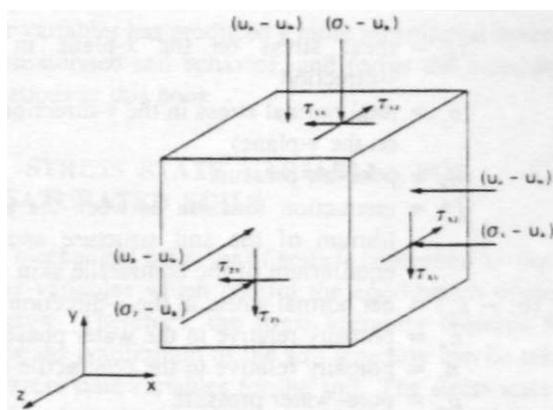
De la ecuación de equilibrio para la estructura de suelo se puede obtener tres juegos independientes de tensiones normales [Estos son $(\sigma_y - p^g)$, $(p^g - p^w)$ y (p^g)] que gobiernan el equilibrio de la estructura de suelo y la piel contráctil. Los componentes de estas variables son cantidades físicamente medibles. Al asumir que las partículas de suelo y el agua son incompresibles, podemos eliminar p^g . $(\sigma - p^g)$ y $(p^g - p^w)$ son llamadas variables de estado para suelos no saturados.

Variables de estado similares pueden extraerse de las ecuaciones de equilibrio de la estructura de suelo para X y Z. La forma completa de un estado de tensiones para un suelo no saturado puede escribirse como dos tensores de tensiones independientes.

$$\begin{bmatrix} (\sigma_x - p^g) & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - p^g) & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - p^g) \end{bmatrix} \quad (1.3-12)$$

$$y \quad \begin{bmatrix} (p^g - p^w) & 0 & 0 \\ 0 & (p^g - p^w) & 0 \\ 0 & 0 & (p^g - p^w) \end{bmatrix} \quad (1.3-13)$$

Estos tensores no pueden combinarse en una sola matriz, a partir de que las variables tienen diferentes propiedades del suelo (Ej. porosidad) fuera de los términos de diferenciales parciales (1.3-11). Esto se puede ilustrar de la siguiente manera:



En el caso de partículas de suelo o fluido del poro compresibles, debe usarse un tensor adicional, p^g , para describir el estado de tensiones

$$\begin{bmatrix} p^g & 0 & 0 \\ 0 & p^g & 0 \\ 0 & 0 & p^g \end{bmatrix} \quad (1.3-14)$$

1.3.3 Otras combinaciones de variables de estado.

La ecuación de equilibrio para la estructura de suelo (1.3-11) puede ser formulada en una manera ligeramente diferente usando la presión del agua de poro, p^w , o la tensión normal σ , como referencia. Si usamos p^w , como referencia, pueden extraerse de las ecuaciones de equilibrio $(\sigma - p^g)$, $(\sigma - p^w)$ y (σ) como variables de estado para la estructura de suelo.

Puede ignorarse a σ cuando asumimos que las partículas de suelo son incompresibles.

Resumiendo, hay tres combinaciones posibles de variables de estado que pueden usarse para describir el estado relevante de tensiones de la estructura de suelo y de la piel contráctil en un suelo no saturado, a saber:.

	Presión de referencia	Variables de estado
Aire	→ p^g	$(\sigma - p^g)$ y $(p^g - p^w)$
Agua	→ p^w	$(\sigma - p^w)$ y $(p^g - p^w)$
Total	→ σ	$(\sigma - p^g)$ y $(\sigma - p^w)$

Las tres combinaciones se obtienen de derivar la ecuación de equivalencia de la estructura de suelo con respecto a tres referencias distintas (p^g , p^w y σ).

La primera es la combinación usada en este trabajo y la más ventajosa puesto que el efecto causado por un cambio en la tensión normal total puede separarse del efecto causado por un cambio en la presión de agua del poro. La presión del poro de aire para la mayoría de los problemas de ingeniería geotécnica es la atmosférica.

1.3.4 Los suelos saturados como caso especial de no saturados.

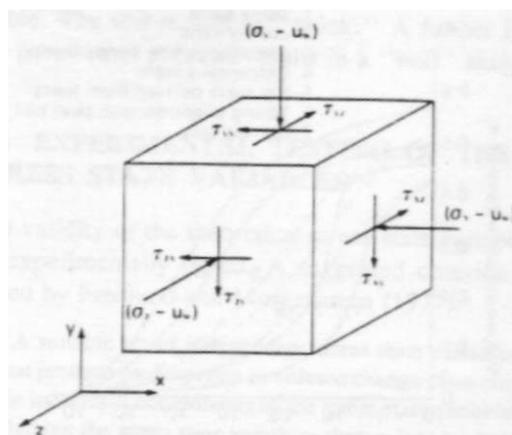
Un suelo saturado puede verse como un caso especial de suelo no saturado.

Las cuatro fases de un no saturado se reducen a dos en el saturado.

Las ecuaciones de equilibrio entre fases pueden derivarse usando las mismas teorías que para no saturados.

Cuando un suelo no saturado se aproxima a la saturación, el grado de saturación S_w , se aproxima a 100%. La presión del agua de poro, p^w , se aproxima a la presión de aire, p^g , y el término de succión $(p^g - p^w)$ tienden a cero. Al considerar este caso especial (el saturado) solo nos queda el primer tensor, puesto que el segundo desaparece por lo comentado más arriba, quedándonos:

$$\begin{bmatrix} (\sigma_x - p^w) & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & (\sigma_y - p^w) & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & (\sigma_z - p^w) \end{bmatrix} \quad (1.3-15)$$



El tensor de tensiones de un suelo saturado indica que la diferencia entre tensiones totales y del agua de poro, forman una variable de estado que puede usarse para describir el equilibrio.

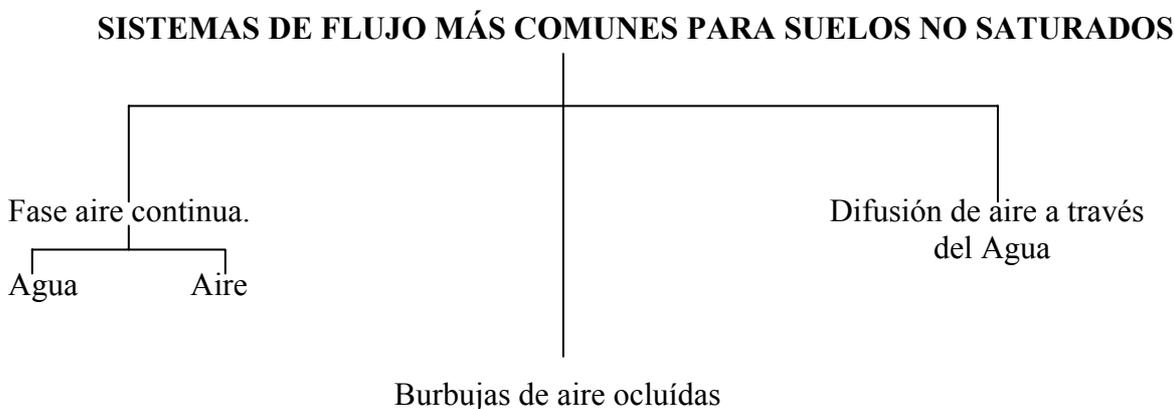
A esta variable de estado $(\sigma - p^w)$ se la refiere comúnmente como una tensión efectiva. La también llamada ley de tensiones efectivas es esencialmente una variable de estado que es necesaria para describir el comportamiento mecánico de un suelo saturado. Cuando las partículas de suelo son compresibles, debe usarse un tensor de tensiones adicional para describir el estado completo de tensiones para un suelo saturado.

A partir de aquí se denominará succión a la componente de la misma denominada hasta ahora matric suction o succión matricial: $(p^s - p^w)$.

1.4- LEYES DE FLUJO

Dos de las fases de un suelo no saturado pueden clasificarse como fluidos (Ej. agua y aire). El análisis del flujo requiere una ley que relacione la velocidad de flujo con el potencial por medio del uso de coeficientes apropiados.

Cuando el grado de saturación es relativamente alto, el aire puede estar en forma ocluida (en burbujas), pero en grados más bajos de saturación la fase aire es predominantemente continua. Inclusive puede haber movimiento de aire a través de la fase agua (difusión de aire a través del agua de poro)



Para entender los mecanismos de flujo es necesario conocer el potencial o “driving potentials” que causa el flujo o difusión de aire o agua.

1.4.1 Flujo de agua

Se han usado diversos conceptos para explicar el flujo de agua a través de un suelo no saturado. (Ej. un gradiente de contenido de agua, un gradiente de succión, o un gradiente de carga hidráulica se los consideraron como potenciales “driving potentials”.

Sin embargo es importante usar la forma de la ley de flujo que gobierna fundamentalmente los movimientos del agua.

Algunas veces se ha usado el gradiente en el contenido de agua para describir el flujo de agua a través de un suelo no saturado.

Se asume que el agua fluye de un punto de alto contenido de agua a uno de bajo contenido. Este tipo de ley de flujo, sin embargo no tiene una base fundada que el agua pueda también fluir de una región de bajo contenido, a una de alto contenido, cuando hay variaciones en un suelo complicado, efectos de histéresis o se encuentran variaciones de la historia de tensiones.

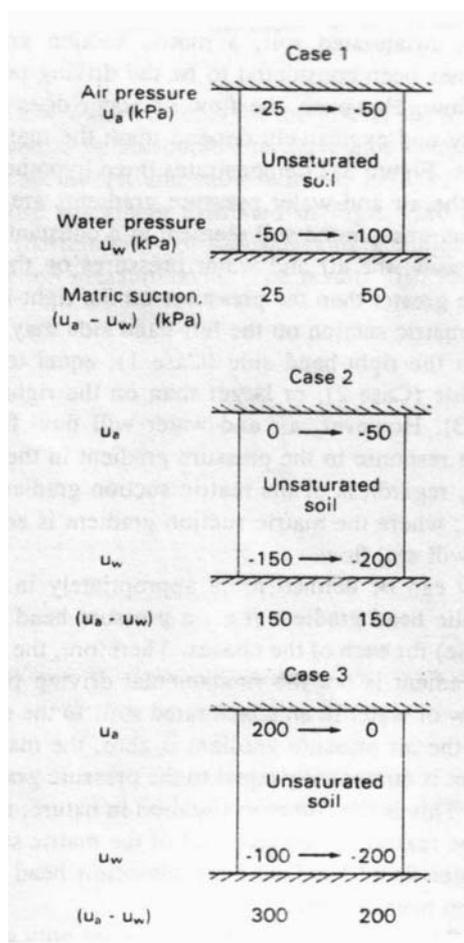
Por lo tanto el gradiente del contenido de agua no debe ser usado como potencial fundamental para el flujo de agua.

En un suelo no saturado se ha considerado algunas veces al gradiente de succión como potencial para el flujo de agua, sin embargo este no depende exclusiva y fundamentalmente del gradiente de succión.

En el gráfico siguiente se muestran tres casos hipotéticos donde los gradientes de presión de agua y aire están controlados a través de un elemento de suelo no saturado y a una altura constante.

En todos los casos las presiones de agua y aire a la izquierda son mayores que las de la derecha.

La succión a la izquierda puede ser menos (caso 1), igual (caso 2) o mayor (caso 3) que a la derecha. Sin embargo el agua fluirá de izquierda a derecha de acuerdo al gradiente de presión en las fases individuales, sin importar el gradiente de succión (en el caso 2 el gradiente de succión es cero, pero el agua y aire aún fluyen).



El flujo puede definirse más apropiadamente en términos del gradiente de carga hidráulica (hydraulic head) (gradiente altura piezométrica en este caso) para cada una de las fases. Por lo tanto el gradiente de succión no es un potencial fundamental para el flujo de aguas en suelos no saturados. En el caso especial donde el gradiente de presión es cero, el gradiente de succión es numéricamente igual al gradiente de presión en el agua. Esta es una situación común en la naturaleza, y es probablemente la razón para proponer la succión para resolver el flujo de agua. Sin embargo, la carga de altura ha sido omitida.

El flujo de agua a lo largo del suelo no solo es gobernado por el gradiente de presión, sino también por el gradiente debido a diferencia de alturas. Los gradientes de presión y elevación se combinan para dar el gradiente de carga hidráulica como potencial. El gradiente de carga hidráulica en una fase específica del fluido, es el potencial para el flujo en esa fase.

Esto es igualmente cierto tanto para suelos saturados como no saturados.

- **Potencial para la fase agua.**

El potencial para el flujo de agua define la energía o capacidad de trabajo.

La energía se mide a través de un plano arbitrario, puesto que solo interesa el gradiente de energía entre dos puntos para describir el flujo.

La energía en un punto tiene tres componentes primarios: gravitatoria, de presión y de velocidad.

Energía gravitatoria:

$$E_g = M_w \cdot g \cdot y \quad (1.4-1)$$

- M_w masa de agua en el punto A
 g aceleración de la gravedad
 y elevación de A sobre el plano arbitrario

Energía de presión:

$$E_p = M_w \int_0^{p^w} \frac{V_w}{M_w} dp^w = M_w \int_0^{p^w} \frac{dp^w}{\rho_w} \quad (1.4-2)$$

- V_w volumen de agua en el punto A
 p^w presión del agua de poro en A

Si $\rho^w = \text{constante}$ $\rightarrow E_p = \frac{M_w p^w}{\rho^w}$

Energía de velocidad

$$E_v = \frac{M_w \cdot v_w^2}{2} \quad (1.4-3)$$

Energía total:

$$E = M_w \cdot g \cdot y + \frac{M_w p^w}{\rho^w} + \frac{M_w v_w^2}{2} \quad (1.4-4)$$

$$\frac{E}{M_w \cdot g} = h_w = y + \frac{p^w}{\rho^w \cdot g} + \frac{v_w^2}{2g}$$

- h_w altura de cargas totales (Hidraulic head o potential head)
 y altura geodésica

$\frac{p^w}{\rho^w \cdot g}$	altura piezométrica
$\frac{v_w^2}{2g}$	altura cinética

Hidraulic head o potential head =Energía total en un punto expresado por unidad de peso.

La carga hidráulica o total está compuesta de:

Carga gravitacional	y
Carga de presión	$\frac{p^w}{\rho^w \cdot g}$
Carga de velocidad	$\frac{v_w^2}{2g}$

$$h_w = y + \frac{p^w}{\rho^w \cdot g} + \frac{v_w^2}{2g} \quad (1.4-5)$$

En suelos, la carga de velocidad es despreciable en comparación con la de presión y la gravitatoria, por lo que puede escribirse la (1.4-5) en una forma simplificada:

$$h_w = y + \frac{p^w}{\rho^w \cdot g} \quad (1.4-6)$$

que tiene la dimensión de una longitud => es una cantidad medible y su gradiente provoca el flujo en suelos saturados y no saturados.

La succión osmótica a veces fue incluida como una componente en la ecuación del potencial total para flujo, sin embargo es mejor visualizarla el potencial para el proceso de difusión osmótica. Este proceso consiste en mover los constituyentes iónicos o moleculares como resultado de una actividad cinética.

Por ejemplo un gradiente osmótico a través de una membrana semipermeable causa el movimiento del agua a través de la membrana.

- Ley de Darcy para Suelos No Saturados.

Esta ley se usa comúnmente para describir el flujo de agua en un suelo saturado. Darcy(1856) postuló que la velocidad del flujo de agua a través de una masa de suelo era proporcional al gradiente de carga hidráulica.

$$v_w = -k_w \frac{\partial h_w}{\partial y} \quad (1.4-7)$$

esto también es válido para x y z .El signo negativo indica que el agua fluye en el sentido que decrece la carga hidráulica.

k_w es el coeficiente de proporcionalidad entre la velocidad de flujo y el gradiente de carga hidráulica y se denomina coeficiente de permeabilidad , este es relativamente constante para un suelo saturado específico.

La ley de Darcy también se aplica para el flujo en suelos no saturados sin embargo no puede asumirse (generalmente) como constante a k_w , o mejor dicho k_w es una variable que es predominantemente una función del contenido de agua o de la succión del suelo no saturado.

Puede visualizarse el agua fluyendo solo a través de los poros que contengan agua. Por lo tanto los poros de aire en un suelo no saturado podemos considerar que se comportan en forma similar a la fase sólida, y el suelo puede tratarse como un suelo saturado con un contenido de agua reducida. Subsecuentemente, la validez de la ley de Darcy puede verificarse para un suelo no saturado, de una manera similar que para uno saturado. Sin embargo el volumen de agua (o contenido de agua) debe ser constante, mientras el gradiente de carga hidráulica es variable.

Resultados de distintos experimentos indican que en un contenido de agua específico, el coeficiente de permeabilidad k_w es constante para varios gradientes de carga hidráulica. =>La velocidad de flujo de agua a través de un suelo no saturado es linealmente proporcional al gradiente de carga hidráulica, siendo k_w una constante igual que en suelos saturados.

Esto confirma que la ley de Darcy puede aplicarse a no saturados.

- **Coeficiente De Permeabilidad Con Respecto A La Fase Agua(k_w)**

k_w es una medida del espacio disponible por el agua para fluir través del suelo, depende de las propiedades del fluido y de las del medio poroso. Diferentes tipos de fluidos o de suelos producen diferentes valores de k_w .

Componentes del fluido y del medio poroso.

k_w puede expresarse en términos de la permeabilidad intrínseca K

$$k_w = \frac{\rho^w \cdot g}{\mu_w} \cdot K \quad (1.4-8)$$

viscosidad absoluta (dinámica) del agua.

La (1.4-8) muestra la influencia de la densidad del fluido ρ^w , y de la viscosidad μ_w , sobre k_w .La permeabilidad intrínseca K representa las características del medio poroso y es independiente de las propiedades del fluido. Las propiedades del fluido se consideran constantes durante el flujo. Las características del medio poroso son función de las propiedades volumen-masa del suelo.

- **Relación entre permeabilidad y propiedades volumen-masa.**

k_w es función de dos cualesquiera de tres propiedades volumen-masa:

$$\begin{aligned}
 k_w &= k_w(S_w, e) \\
 k_w &= k_w(e, w) \\
 k_w &= k_w(w, S_w)
 \end{aligned}
 \tag{1.4-9}$$

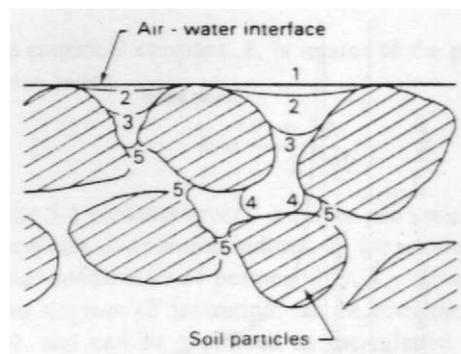
En un suelo saturado k_w es una función de e , sin embargo se lo asume constante para problemas tales como el de flujo.

En suelos no-saturados k_w se ve significativamente afectado por el cambio combinado de e y S_w (ó w).

El agua fluye a través de los poros que están llenos de agua, por lo que el porcentaje de vacíos llenos con agua es un factor importante.

Cuando el suelo se vuelve no saturado, el aire reemplaza primero los poros grandes de agua, y esto causa que el agua fluya a través de los poros más pequeños con un aumento en la tortuosidad del camino de flujo.

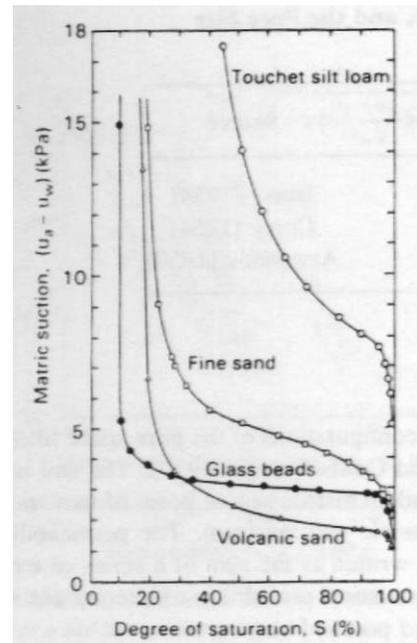
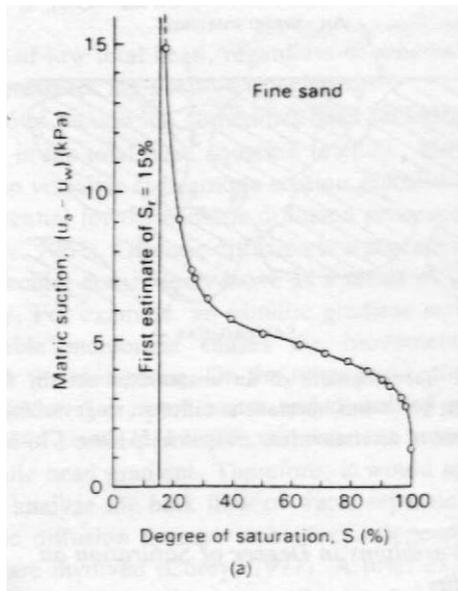
Un incremento de la succión lleva a una discriminación del volumen de agua en los poros => la interfase agua-aire se chupa más y más a las partículas de suelo.



Como resultado de esto k_w decrece rápidamente como el espacio disponible para fluir se reduce, esta variación de k_w se observa claramente en el gráfico de página 44, cuya descripción a lo largo de la variación de la succión se obtiene a partir de las ecuaciones (1.4-12).

- Relación entre coeficiente de permeabilidad y grado de saturación.

k_w en un suelo no saturado puede variar considerablemente durante un proceso de tránsito como resultado de cambios en las propiedades volumen-masa. El cambio de e en un no-saturado puede ser pequeño, y su efecto sobre k_w puede ser secundario. Sin embargo el efecto de un cambio en el grado de saturación S_w puede ser altamente significativo, como resultado, k_w es frecuentemente descrito como función de la succión. Un cambio en la succión puede provocar un cambio más significativo en el grado de saturación que el que puede ser producido por un cambio en las tensiones netas. La relación se denomina curva característica o curva succión- grado de saturación, y puede según el tipo de suelo ser modelada matemáticamente (Ver Apartado 2.2.3: Implementación de la curva característica suelo - agua). En las figuras siguientes pueden observarse forma y valores habituales de la curva característica para distintos tipos de suelo (Fredlund & Rahardjo):



La función coeficiente de permeabilidad se obtiene de la relación succión-grado de saturación, propuesta por Burdine(1952) y Brooks y Corey (1964).

La curva succión-grado de saturación exhibe histéresis. Solo se usa la curva de drenaje en su derivación. En suma, se asume incomprensible la estructura de suelo.

Hay tres parámetros de suelo que pueden identificarse desde la curva succión-grado de saturación:

Valor de la entrada de aire del suelo	$(p^g - p^w)_b$
Grado de saturación residual	S_{res}
Índice de distribución del tamaño del poro	λ

Estos valores pueden ser fácilmente visualizados si la condición de saturación se expresa en términos de un grado de saturación efectivo S_e

$$S_e = \frac{S_r - S_{res}}{1 - S_{res}} \quad (1.4-10)$$

S_e	grado efectivo de saturación
S_{res}	grado residual de saturación

El grado residual de saturación, S_{res} , se define como el grado de saturación en que un incremento de la succión no produce un cambio significativo en el grado de saturación (fig.5.7.a).

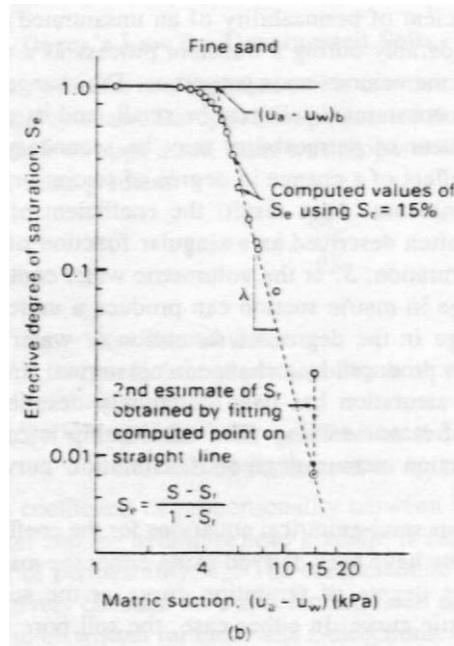
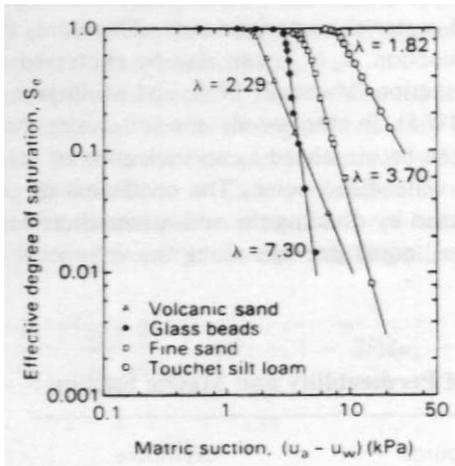
El punto de intersección entre la pendiente recta y la ordenada de saturación. (i.e. $S_e = 1.0$) define el valor de la entrada de aire del suelo. La línea inclinada para los puntos teniendo una succión más grande que el valor de entrada de aire puede describirse mediante la sig. ecuación:

para $(p^g - p^w) > (p^g - p^w)_b$:

$$S_e = \left\{ \frac{(p^g - p^w)_b}{(p^g - p^w)} \right\}^\lambda \quad (1.4-11)$$

donde:

λ = índice de dist. de tamaño de poros definido como la pendiente negativa de la curva $S_e - (p^g - p^w)$.



Los suelos con un amplio rango de tamaños de poros tienen un valor de λ pequeño.

La figura muestra valores de λ típicos para varios suelos obtenidos de las curvas succión-grado de saturación.

Finalmente se concluye que k_w puede predecirse de la curva succión-grado de saturación como sigue:

$$\begin{aligned} k_w &= k_s & \text{para} & \quad (p^g - p^w) \leq (p^g - p^w)_b \\ k_w &= k_s S_e^\delta & \text{para} & \quad (p^g - p^w) > (p^g - p^w)_b \end{aligned} \quad (1.4-12)$$

donde:

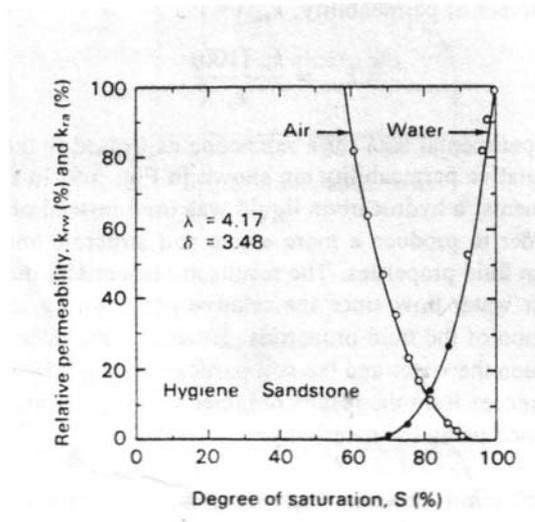
k_s = coeficiente de permeabilidad para suelos en saturación ($S_w = 1$)

δ = constante empírica $\left(\delta = \frac{2 + 3\lambda}{\lambda} \right)$

El k_w correspondiente a varios grados de saturación puede obtenerse según (1.4-12), y puede ser expresado como coeficiente de permeabilidad relativa de la fase agua

$$k_{rw} = \frac{k_w(S_w)}{k_s} \quad \text{coeficiente de permeabilidad relativa}$$

En la siguiente figura se observa un ejemplo de la variación del coeficiente de permeabilidad relativa con respecto a un cambio en la saturación



- **Relación entre succión y coeficiente de permeabilidad**

k_w puede expresarse como una función de la succión, sustituyendo S_e (1.4-11) en la función permeabilidad (1.4-12).

1.4.2 - Flujo de aire

La fase aire de un suelo no saturado puede encontrarse de dos formas, según puede observarse en 1.2.4.:

- fase aire continua.
- burbujas de aire ocluidas.

La fase aire generalmente se vuelve continua cuando el grado de saturación se reduce a un 85% o menos. El flujo de aire a través de un suelo no saturado, comienza en ese punto.

Bajo condiciones de ocurrencia naturales, el flujo de aire a través de un suelo puede ocurrir por factores tales como: variaciones en presiones barométricas, infiltración de agua por lluvia que comprima el aire en los poros de suelo, y cambios de temperatura.

El flujo de aire en rellenos compactos, puede deberse a cargas aplicadas.

Cuando el grado de saturación es superior al 90%, la fase aire se vuelve ocluida, y el flujo de aire se reduce al proceso de difusión a través de los poros de agua.

- **Potencial Para La Fase Aire.**

El flujo de aire en la forma de fase de aire continua está gobernada por la concentración o gradiente de presión. El gradiente de elevación tiene un efecto despreciable. El gradiente de presión está considerado comúnmente como el único potencial para la fase aire. Las leyes de Darcy y Fick han sido usadas para describir el flujo de aire en un medio poroso.

- Ley De Fick Para La Fase Aire

La ley de Fick se usa frecuentemente para describir la difusión de gases a través de los líquidos. Una forma modificada puede aplicarse para proceso de flujo de aire. La 1º ley de Fick establece que la velocidad de transferencia de masa de la sustancia difundida a través de un área unitaria es proporcional al gradiente de concentración de la sustancia difundida.

En el caso de flujo de aire en suelos no-saturados, el medio poroso puede usarse como referencia en el orden de ser consistente con el concepto de permeabilidad para la fase agua.

Esto significa que la tasa de flujo de masa y el gradiente de concentración de aire están computadas con respecto a un área unitaria y a un volumen unitario de suelo.

Pudiendo obtener la siguiente formula:

$$J_g = -D_g \frac{\partial C}{\partial y} \quad (1.4-13)$$

El (-)indica que el aire fluye en el sentido que decrece el grado de concentración.

J_g velocidad de masa de aire que fluye por unidad de área de suelo.

D_g constante de transmisión para flujo de aire en suelos.

C concentración de aire expresado en términos de masa de aire por unidad de volumen de suelo.

$\frac{\partial C}{\partial y}$ gradiente de concentración en la dirección y.

$$C = \frac{M_a}{V_a / (1 - S_w)n} = \rho_a (1 - S_w)n \quad (1.4-14)$$

V_a volumen de aire en el suelo

ρ^g densidad del aire

La densidad del aire está relacionada a la presión absoluta del aire en concordancia con la ley de

los gases ($\rho^g = \frac{w_g \overline{p^g}}{RT}$). Por lo tanto, el gradiente de concentración en (1.4-13) puede

expresarse en función del gradiente de presión en el aire. La medida de la presión de aire se usa en la reformulación de (1.4-13) desde que solo el gradiente es de importancia.

$$J_g = -D_g \frac{\partial C}{\partial p^g} \frac{\partial p^g}{\partial y} \quad (1.4-15)$$

donde:

p^g presión del poro de aire

$\frac{\partial p^g}{\partial y}$ gradiente de presión de aire en los poros en la dirección y

De esta fórmula podemos obtener una forma modificada de la ley de Fick,
Introduciendo un coeficiente de transmisión para flujo de aire a través de suelos , D_g^* :

$$D_g^* = -D_g \frac{\partial C}{\partial p^g} \quad (1.4-16)$$

ó

$$D_g^* = -D_g \frac{\partial [\rho^g () C]}{\partial p^g} \quad (1.4-17)$$

Sustituyendo tenemos:

$$J_g = -D_g^* \frac{\partial p^g}{\partial y} \quad (1.4-18)$$

Esta forma modificada de la ley de Fick ha sido usada en Ingeniería Geotécnica para describir el flujo de aire en suelos (Blight 1971).

El coeficiente de transmisión. D_g^* , puede relacionarse el coeficiente de permeabilidad de aire, k_g (valor medible en laboratorio).

Un flujo de aire estacionario puede establecerse a través de una muestra de suelo no saturado con respecto a una succión promedio o a un grado de saturación promedio. La muestra de suelo es tratada como un elemento de suelo que tiene un valor para su coeficiente de permeabilidad de aire que corresponde a la succión o grado de saturación medio. Esto significa que suponemos $k_g = \text{cte}$ a lo largo de la muestra.

El flujo de aire estacionario se produce por aplicación de un gradiente de presión entre los extremos de la muestra.

La velocidad de la masa de aire que fluye se mide a una constante de densidad de aire tiende a ρ_{mg} , por lo tanto podemos reescribir la (1.4-18) para este caso particular :

$$\rho_{mg} \frac{\partial V_g}{\partial t} = -D_g^* \frac{\partial p^g}{\partial y} \quad (1.4-19)$$

ó

$$v_g = -D_g^* \frac{1}{\rho_{mg}} \frac{\partial p^g}{\partial y} = -D_g^* g \frac{\partial h_g}{\partial y} \quad (1.4-20)$$

por Darcy:

$$v_g = -k_g \frac{\partial h_g}{\partial y} \Rightarrow$$

$$\boxed{k_g = D_g^* \cdot g} \quad (1.4-21)$$

D_g^* y k_g varían con las propiedades volumen-masa.

- **Coeficiente De Permeabilidad Con Respecto A La Fase Aire.**

Se han propuesto diversas relaciones entre el coeficiente de permeabilidad de aire y las relaciones volumen-masa de un suelo. El coeficiente de transmisión, D_g^* puede computarse según (1.4-21) o medirse directamente con experimentos. El coeficiente de permeabilidad para la fase aire, k_g , es una función del fluido y de las propiedades volumen-masa.

Las propiedades del fluido se consideran generalmente constantes durante el flujo. Por lo tanto el coeficiente de permeabilidad de aire puede expresarse como una función de las propiedades volumen-masa del suelo. En este caso el porcentaje de volumen de aire en los poros es un factor importante dado que el aire fluye a través de los poros con aire. Cuando la succión crece o el grado de saturación decrece, el coeficiente de permeabilidad de aire crece.

- **Relación Entre El Coeficiente De Permeabilidad De Aire Y El Grado De Saturación.**

La predicción del coeficiente de permeabilidad de aire basada en la distribución del tamaño de poros y en la curva característica o succión-grado de saturación ha sido también propuesta para la fase aire. k_g es esencialmente la inversa de k_w y la siguiente ecuación se ha usado para describir la función $k_g(S_e)$

$$k_g = 0.0 \quad \text{para } (p^g - p^w) \leq (p^g - p^w)_b \quad (1.4-22)$$

$$k_g = k_d (1 - S_e)^2 \left(1 - S_e^{(2+\lambda)/\lambda} \right) \quad \text{para } (p^g - p^w) > (p^g - p^w)_b \quad (1.4-23)$$

donde:

k_d coeficiente de permeabilidad con respecto a la fase aire para grado de saturación cero

En forma análoga a lo realizado para la fase agua, podemos escribir el coeficiente de permeabilidad de aire relativo de la siguiente manera:

$$k_{rg} = \frac{k_g(S_g = 1)}{k_d} \quad (1.4-24)$$

k_{rg} coeficiente de permeabilidad de aire relativo

- **Relación Entre El Coeficiente De Permeabilidad Del Aire Y La Succión**

Obtenemos otra forma de (1.4-23) cuando el grado de saturación efectivo, S_e , se expresa en términos de succión:

$$k_g = 0 \quad \text{para } (p^g - p^w) \leq (p^g - p^w)_b \quad (1.4-25)$$

$$k_g = k_d \left(1 - \left\{ \frac{(p^g - p^w)_b}{(p^g - p^w)} \right\}^\lambda \right)^2 \left(1 - \left\{ \frac{(p^g - p^w)_b}{(p^g - p^w)} \right\}^{2+\lambda} \right) \text{ para } (p^g - p^w) > (p^g - p^w)_b \quad (1.4-26)$$

Según estudios k_g decrece cuando el contenido de agua o grado de saturación crece. k_g decrece rápidamente al acercarse al contenido de agua óptimo. En ese punto, la fase aire se vuelve ocluida, y el flujo de aire tiene lugar como difusión de aire a través del agua. El estadio ocluido para suelos con un alto contenido de arcilla, ocurre cuando el contenido de agua es mayor que el contenido de agua óptimo.

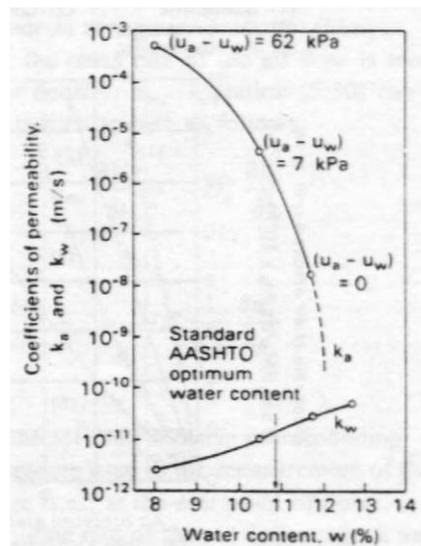
Si bien k_g decrece y k_w crece con un incremento del contenido de agua, los valores de permeabilidad de aire permanecen significativamente mayores que los valores de permeabilidad de agua para todos los contenidos de agua, una de las principales razones para que esto ocurra es la diferencia de viscosidad entre agua y aire.

El coeficiente de permeabilidad es inversamente proporcional a la viscosidad de fluido, μ . La viscosidad del agua μ_w es aprox. 56 veces la viscosidad del aire μ_g (cond. normal T°y P°)

Asumiendo que las propiedades volumen-masa no varían para los estados completamente saturado y completamente seco, el coeficiente de permeabilidad de agua saturado se espera sea 56 veces el coeficiente de permeabilidad de agua en condición seca. (Este no es el caso de todos los suelos).

Otro factor que afecta la medición de k_g es el método de compactación. Una compactación dinámica usualmente tiene un k_g mayor que un suelo de la misma densidad compactado estáticamente.

El coeficiente de transmisión, D_g^* puede obtenerse dividiendo k_g por la aceleración de la gravedad, g . Si asumimos que $g = \text{cte}$, la función D_g^* es similar a las descriptas para función k_g anteriormente.



- **Difusión**

El proceso de difusión ocurre en respuesta al gradiente de concentración.

El movimiento molecular o iónico tendrá lugar de regiones de mayores a las de menores concentración. Las fases agua y aire de un suelo son los medios conductivos para los procesos de

difusión. El transporte de gases (O_2 , CO_2), vapor de agua y químicos, son ejemplos de procesos de difusión en suelos.

Hay dos mecanismos de difusión habituales para suelos no saturados. El primer tipo de difusión envuelve el flujo de aire a través de los poros de agua en un suelo saturado o no saturado. Otro ejemplo envuelve el pasaje de aire a través del agua en un disco de cerámica de alta entrada de aire.

Este tipo de difusión envuelve gases disueltos en agua y subsecuentemente saliendo del agua.

El segundo tipo de difusión envuelve el movimiento de componentes a través de la fase agua debido a gradientes de concentración química o a gradientes de succión osmótica.

- Difusión Del Aire A Través Del Agua

La Ley de Fick puede usarse para describir el proceso de difusión.

El gradiente de concentración que provee el potencial para el proceso de difusión esta expresado con respecto a los vacíos del suelo (ej. fases agua y aire)

En otras palabras, la velocidad de difusión de masa y el gradiente de concentración se expresan con respecto a un área o a un volumen unitario de vacíos de suelo respectivamente.

Formulación de la Ley de Fick para difusión:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -D \frac{\partial C}{\partial y} \quad (1.4-27)$$

$\frac{\partial M}{\partial t}$ velocidad de la masa de aire difundido por unidad de área de vacíos de aire

D coeficiente de difusión

C concentración de aire difundido

$\frac{\partial C}{\partial y}$ gradiente de concentración en la dirección y

La ecuación de difusión puede aparecer en varias formas, similares a la forma presentada para flujo de aire a través de un medio poroso.

El gradiente de concentración para gases o vapor de agua $\frac{\partial C}{\partial y}$ puede expresarse en término de sus presiones parciales, pudiendo reescribir la (1.4-27) con respecto a la presión parcial del componente de difusión.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -D \frac{\partial C}{\partial p_i} \frac{\partial p_i}{\partial y} \quad (1.4-28)$$

donde:

$\frac{\partial C}{\partial p^i}$ cambio en la concentración con respecto a un cambio en la presión parcial

$\frac{\partial \overline{p^i}}{\partial y}$ gradiente de presión parcial en la dirección y

$\overline{p^i}$ presión parcial de los componentes difundidos

La tasa de masa de los componentes de difusión a través de un área unitaria de vacíos de suelo (Ej. $\frac{\partial M}{\partial t}$) puede también determinarse para medir el volumen de componentes difundidos bajo condiciones de presión constantes.

Aplicamos la ley de gases ideales al componente de difusión para obtener la tasa del flujo de masa:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \overline{p_f^i} \frac{w_i}{RT} \frac{\partial V_{fi}}{\partial t} \quad (1.4-29)$$

donde:

$\overline{p_f^i}$ presión constante absoluta usada en la medición del volumen del componente de difusión.

w_i masa molecular del componente de difusión.

$\frac{\partial V_{fi}}{\partial t}$ tasa del flujo del componente de difusión por unidad de área de vacíos del suelo.

V_{fi} volumen de constituyente de difusión que pasa por unidad de área de vacíos de suelo.

El cambio en la concentración del componente de difusión relativo a un cambio en la presión parcial (Ej. $\frac{\partial C}{\partial p_i}$) se obtiene considerando el cambio de densidad del componente disuelto en el foro de agua es la razón entre la masa de componente disuelto y el volumen de agua.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial \left(\frac{M_{di}}{V_w} \right)}{\partial p^i} \quad (1.4-30)$$

Aplicando la ley de los gases ideales

$$\frac{\partial C}{\partial p^i} = \frac{\partial \left(\frac{V_{di}}{V_w} \overline{p_i} \frac{w_i}{RT} \right)}{\partial p^i} \quad (1.4-31)$$

donde:

V_{di} volumen de componente disuelto en el poro de agua

La razón entre el volumen del componente disuelto y el volumen de agua se refiere a un coeficiente de solubilidad h , que bajo condiciones isotérmicas, es esencialmente constante.

$$\frac{\partial C}{\partial p_i} = h \frac{w_i}{RT} \quad (1.4-32)$$

Reemp.(1.4-30) y (1.4-31) en (1.4-29):

$$v_{fi} = -\frac{Dh}{p_{fi}} \frac{\partial \bar{p}_i}{\partial y} \quad (1.4-33)$$

La (1.4-33) puede aplicarse a la difusión de aire o gas a través del agua de poros en un suelo, o de agua libre o de algún otro material tal como una membrana de goma.

La presión parcial en (1.4-33) puede expresarse en términos de la carga de presión parcial, h_{fi} (Ej. $h_{fi} = \frac{\bar{p}_i}{\rho_{fi} \cdot g}$) con respecto a la densidad del componente, ρ_{fi} (densidad correspondiente a la pres. absoluta constante. \bar{p}_{fi} , usada en la medición del volumen del componente de difusión). \bar{p}_{fi} se elige usualmente en correspondencia a las condiciones atmosféricas, y ρ_{fi} es la densidad del componente a la presión correspondiente.

$$v_{fi} = -Dh \frac{\rho_{fi} g}{u_{fi}} \frac{\partial h_{fi}}{\partial y} \quad (1.4-34)$$

La (1.4-34) tiene una forma similar a la ley de Darcy, por lo tanto puede considerarse como una forma modificada de la Ley de Darcy para flujo de aire en suelos no saturados con burbujas de aire ocluidas donde el flujo de aire es en forma de difusión.

$$v_{fi} = -k_{fi} \frac{\partial h_{fi}}{\partial y} \quad (1.4-35)$$

donde:

k_{fi} coeficiente de difusión de permeabilidad de aire a través de un suelo no saturado con burbujas de aire ocluidas

a k_{fi} podemos escribir:

$$k_{fi} = Dh \frac{\rho_f^i g}{p_f^i} \quad (1.4-36)$$

otra forma de k_{fi} puede obtenerse reemplazando en la ley de gases ideales.

$$k_{fi} = Dh \frac{w_i g}{RT} \quad (1.4-37)$$

La (1.4-37) indica que bajo condiciones isotérmicas, el coeficiente de permeabilidad es directamente proporcional al coeficiente de difusión dado que $\left(\frac{hw_i g}{RT}\right) = \text{constante}$

Los valores de difusión para medios porosos (suelos) aparecen como más pequeños que los de difusión para agua libre. Esto ha sido atribuido a factores tales como la tortuosidad en el suelo y la alta viscosidad del agua absorbida entonces los valores de difusión decrece cuando el contenido de agua decrece.

En la formulación obtenida en este trabajo de tesis, este fenómeno es tenido en cuenta sólo a través de los coeficientes componentes de las matrices resultantes.

Difusión Química A Través Del Agua.

El flujo de agua inducida por un gradiente de succión osmótica (o gradiente de conc. química) a través de una membrana semipermeable puede expresarse:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -D_0 \frac{\partial \pi}{\partial y} \quad (1.4-38)$$

donde:

$\frac{\partial M}{\partial t}$ tasa de masa de agua difundida por unidad de área de una membrana semipermeable

$\frac{\partial \pi}{\partial y}$ gradiente de succión osmótica en la dirección y

$D_0 = D \frac{\partial C}{\partial \pi}$ coeficiente de difusión con respecto a la succión osmótica

C concentración de químicos

π succión osmótica

Una membrana semipermeable restringe el pasaje de sales disueltas, pero permite el pasaje de la moléculas solventes (Ej. moléculas de agua). Los suelos arcillosos pueden considerarse como "lesky" membranas semipermeables a causa de las cargas negativas sobre la superficie de la arcilla.

Las sales disueltas no están libres para difundir a través de las partículas de arcilla a causa de la absorción de los cationes a las sup. de arcilla y a la repulsión de los aniones.

Esto, sin embargo, puede no restringir completamente el pasaje de sales disueltas, como sería el caso de una membrana perfectamente semipermeable.

Por lo tanto, la difusión de agua pura a través de una membrana semipermeable no describe totalmente el mecanismo de flujo relacionado al gradiente de succión osmótica en suelos.

1.5- FLUJO ESTACIONARIO

Los ingenieros están interesados frecuentemente en conocer la dirección y cantidad de flujo en un medio poroso, o las variaciones de presión de poro debido a un proceso de flujo, información requerida para predecir el cambio de volumen, cambio en la fuerza de corte asociada con el flujo de aire o agua.

El análisis del flujo ocurre en condiciones isotérmicas, además no se consideran los efectos de: difusión de aire a través del agua, aire disuelto en agua y movimiento de vapor de agua.

Usualmente los problemas de filtración se categorizan en análisis de flujo estacionario o no estacionario.

Para análisis estacionario la carga hidráulica y el coeficiente de permeabilidad permanecen constantes en el tiempo para cualquier punto de la masa de suelo.

Para análisis no estacionario se analiza el cambio de carga hidráulica con respecto al tiempo. Los cambios responden generalmente a cambios en las condiciones de borde con respecto al tiempo.

La cantidad de flujo de un fluido incompresible (Ej. agua) se expresa en términos del caudal, que caudal es igual a velocidad, v , por área A .

$$q = v.A$$

Por otro lado, la cantidad de flujo de un fluido compresible (Ej. aire) se expresa usualmente en términos de la tasa de masa (mass rate).

El gobierno de las ecuaciones diferenciales parciales de filtración se deriva de una carrera consistente con las de conservación de masa. La conservación de masa para filtración estacionaria de un fluido incompresible preserva que el caudal que ingresa a un elemento sea igual al que sale entonces el caudal neto (net flue) debe ser cero en cualquier punto de la masa de suelo.

Para un fluido compresible, la tasa de masa neta (net mass rate) a través de un elemento debe ser cero para satisfacer la conservación de masa para condiciones estacionarias.

1.5.1 Filtración

Al movimiento lento de agua a través del suelo se lo conoce comúnmente como filtración o percolación.

El análisis de la filtración puede formar una parte importante de los estudios relacionados a estabilidad de taludes, control en contaminación de capas y diseño de presas de tierra, y envuelve el cómputo de la variación y dirección del flujo de agua y la distribución de la presión del poro de agua dentro de régimen de flujo.

El flujo de agua en la zona saturada ha sido la principal preocupación del análisis de filtración convencional. Sin embargo, el flujo de agua en zona no saturada es de interés creciente para los ingenieros. (Ej.: la filtración a lo largo de una presa ha sido comúnmente analizado considerando solo la zona debajo de una línea de filtración obtenida empíricamente. Estudios recientes han ilustrado que hay un flujo continuo de flujo entre las zonas saturadas y no saturadas.

El flujo de agua en suelos no saturados está gobernado por las mismas leyes que en suelos saturados (Ej.: Ley de Darcy). La principal diferencia es que el coeficiente de permeabilidad del agua se asume constante para suelos saturados, en tanto que debe asumirse como una función de la succión, contenido de agua o alguna otra variable para suelos no saturados. Asimismo, la presión en el poro de agua generalmente tiene un valor positivo en un suelo saturado y negativo

en uno no saturado. A pesar de estas diferencias, la formulación de las ecuaciones diferenciales parciales de flujo es similar en ambos casos. Hay una suave transición al ir del caso no saturado al saturado.

- Variación Del Coeficiente De Permeabilidad Con Respecto Al Espacio Para Un Suelo No Saturado.

Para análisis de filtración estacionarios, el coeficiente de permeabilidad es constante con respecto al tiempo. Sin embargo, el coeficiente de permeabilidad varía de un punto a otro en un suelo no saturado. Una variación espacial del coeficiente de permeabilidad en suelos saturados, puede atribuírsele a una distribución heterogénea de los sólidos del suelo (solid soils).

Para suelos no-saturados, es más apropiado considerar la distribución de volumen heterogéneo del fluido en los poros (Ej.: agua en los poros).

Esta es la principal razón para una variación espacial del coeficiente de permeabilidad. Aunque la distribución de sólidos de suelo pueda ser homogénea, la distribución del volumen de fluido en los poros puede ser heterogénea debido a variaciones espaciales en la succión. Un punto con alta succión (o bajo contenido de agua) tiene un coeficiente de permeabilidad de agua más bajo que un punto que tiene una succión baja.

Los coeficientes de permeabilidad para diferentes puntos de un suelo se obtienen de las funciones de permeabilidad desarrolladas anteriormente dependiendo de la succión (o cantidad de agua). Finalmente, el coeficiente de permeabilidad en un punto puede variar con respecto a la dirección. Esta condición está referida a la anisotropía. Al coeficiente de permeabilidad más grande se lo llama mayor coeficiente de permeabilidad. El coeficiente más chico tiene una dirección perpendicular al anterior y se lo denomina menor coeficiente de permeabilidad.

2.- Modelado numérico del fenómeno de consolidación en suelos no saturados

Capítulo 2

Modelado numérico del fenómeno de consolidación en suelos no saturados

Las ecuaciones de gobierno, usando la teoría de Biot, son derivadas nuevamente pero extendidas al caso de flujo de dos fases en medios porosos deformables. Esta extensión fue hecha para el caso de fenómenos lentos. De la misma manera se tienen en cuenta las fuerzas de inercia, como lo hizo Zienkiewicz. En el caso isotérmico, donde la presión de la fase aire era la atmosférica.

Esta aproximación física trabaja directamente con variables macroscópicas. Sin embargo, la distinción entre los dominios macro y microscópicos no está tan clara, porque las variables macroscópicas, algunas veces, no son directamente usadas en el dominio microscópico.

2.1- Ecuaciones de gobierno.

2.1.1 Equilibrio mecánico

Para describir la relación tensión-deformación en un suelo no saturado, consideramos un volumen representativo de suelo sujeto a una tensión externa total σ_{ij} . El estado de tensiones en este elemento debe satisfacer las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\text{con } i=1,2,3 \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0 \quad (2.1-1)$$

σ_{ij} tensión total

F_i Fuerza del cuerpo (masa) por unidad de volumen

Extendiendo el concepto de tensiones efectivas de Terzaghi a suelos no saturados y considerando los efectos de las presiones de agua y aire en los poros, la tensión total puede expresarse como:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - a_1 p^w \delta_{ij} - a_2 p^g \delta_{ij} \quad (2.1-2)$$

donde:

- σ'_{ij} tensión efectiva
 a_1 y a_2 parámetros de tensión efectiva
 δ_{ij} delta de Kroenecker
 p^w y p^g presiones de agua y aire

Mientras tanto, para un medio isotrópico y elástico, las relaciones tensión deformación pueden escribirse como:

$$\sigma'_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (2.1-3)$$

donde:

- $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ módulo de corte
 $\lambda = \frac{E\mu}{((1+\mu)(1-2\mu))}$

donde:

- E Módulo de Young
 μ Coeficiente de Poisson

Combinando (2.1-1), (2.1-2) y (2.1-3) obtenemos:

$$2G \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x_j} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{jj}}{\partial x_i} + a_1 \frac{\partial p^w}{\partial x_i} + a_2 \frac{\partial p^g}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (2.1-4)$$

La relación entre la deformación y las componentes del desplazamiento (para pequeñas deformaciones) puede expresarse en forma general:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.1-5)$$

donde:

- u_i componente del desplazamiento

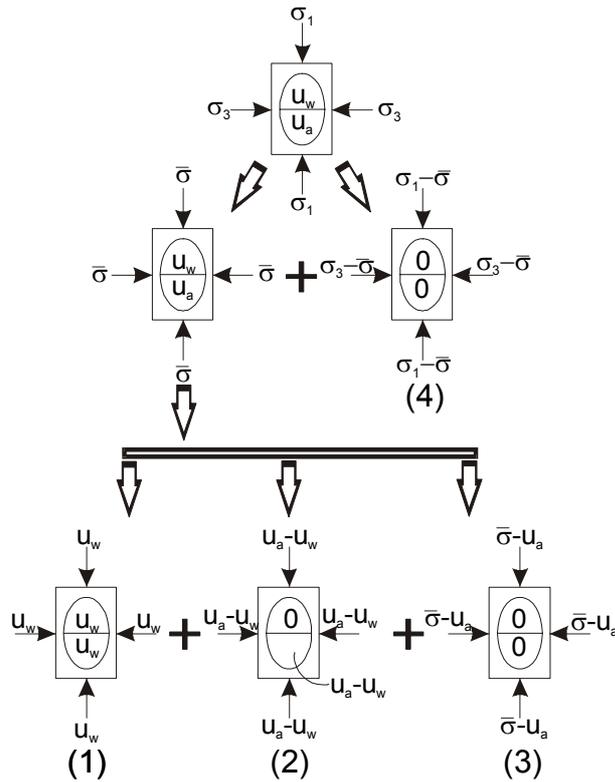
Sustituyendo (2.1-5) en (2.1-4)

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial p^w}{\partial x_i} + a_2 \frac{\partial p^g}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (2.1-6)$$

Conjunto de ecuaciones diferenciales que gobiernan el fenómeno de deformación en suelos no saturados.

2.1.2 Parámetros de la tensión efectiva.

A esta altura es conveniente definir a_1 y a_2 en términos de parámetros físicos medibles. Usando la aproximación de Khalili y Valliappan (1995), el tensor de tensiones actuante en un elemento representativo de suelo puede descomponerse en cuatro componentes como los de la figura 1 (por simplicidad no se muestra σ_2 , componente de tensiones normal al plano)



Descomposición tensional de un elemento representativo de suelo no saturado

El componente (1) corresponde a una presión de agua y aire en los poros e isotrópica externa iguales y con un valor de p^w

El componente (2) corresponde a presiones iguales de aire en los poros e isotrópica externa de $(p^g - p^w)$ y presión de agua igual a cero.

El componente (3) corresponde a una presión isotrópica externa de $(\bar{\sigma} - p^g)$, donde $\bar{\sigma} = \sigma_{ii} / 3$

El componente (4) corresponde a una tensión desviadora externa

Usando la Figura 1, la deformación volumétrica total del elemento debido a los componentes (1) a (4) puede escribirse como

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - a_1 p^w \delta_{ij} - a_2 p^g \delta_{ij} \quad (2.1-7)$$

donde:

$$\varepsilon_{ii}^{(1)} = c_s \varepsilon_w \quad (2.1-8)$$

$$\varepsilon_{ii}^{(2)} = c_m (p^g - p^w) \quad (2.1-9)$$

$$\varepsilon_{ii}^{(1)} = c(\bar{\sigma} - p^g) \quad (2.1-10)$$

$$\varepsilon_{ii}^{(1)} = 0 \quad (2.1-11)$$

$$c_s = \frac{1}{K_s} \quad \text{Compresibilidad de los granos de suelo}$$

$$c_m = \frac{1}{K_m} \quad \text{Compr. de la estructura de suelo con respecto a un cambio en la succión}$$

$$c = \frac{1}{K_T} \quad \text{Compresibilidad drenada de la estructura de suelo}$$

Sustituyendo las (2.1-8)(2.1-9)(2.1-10) y (2.1-11) en (2.1-7) y acomodando tenemos:

$$\varepsilon_{ii} = c\bar{\sigma} - (c_m - c_s)p^w - (c - c_m)p^g \quad (2.1-12)$$

Por otro lado, considerando la definición del concepto de tensión efectiva, la deformación volumétrica en términos de la compresibilidad de la estructura de suelo y de la tensión efectiva puede establecerse como:

$$\varepsilon_{ii} = c(\bar{\sigma} - a_1 p^w - a_2 p^g) \quad (2.1-13)$$

Comparando (2.1-12) y (2.1-13) tenemos:

$$a_1 = \frac{c_m}{c} - \frac{c_s}{c} \quad (2.1-14)$$

$$a_2 = 1 - \frac{c_m}{c} \quad (2.1-15)$$

las ecuaciones (2.1-14) y (2.1-15) definen los parámetros de tensión efectiva en términos de parámetros medibles c , c_m y c_s .

Suponiendo que la compresibilidad de los granos sólidos es despreciable, $c_s = 0$, la (2.1-15) puede reducirse a :

$$a_1 = \frac{c_m}{c} \quad (2.1-16)$$

$$a_2 = 1 - \frac{c_m}{c} \quad (2.1-17)$$

verificando que:

$$a_1 + a_2 = 1 \quad (2.1-18)$$

También es interesante notar que cuando el suelo se vuelve totalmente saturado, las (2.1-14) y (2.1-15) se reducen a los parámetros de tensión efectiva de Terzaghi : $a_1 = 1 - \frac{c_s}{c}$ y $a_2 = 0$, y extendiéndolo al caso de granos de suelo incompresibles: $c_m \rightarrow c \Rightarrow a_1 = 1 \quad a_2 = 0$

Podemos analizar el comportamiento mecánico según Lewis & Schrefler, con el objeto de obteniendo así una medida de la compresibilidad de la estructura de suelo con respecto a un cambio en la succión c_m .

La tensión se define como tensión positiva para la fase sólida, la presión de poro se define como la compresión positiva para fluidos. La presión de agua p^w y la presión de gas p^g se relacionan a través de la succión matricial, también denominada presión capilar p^c :

$$p^c = p^g - p^w \quad (2.1-19)$$

La presión capilar, en condiciones isotérmicas, puede considerarse solo función de la saturación del agua, como se observa mediante la curva característica

$$p^c = p^c(S_w) \quad (2.1-20)$$

La relación (2.1-20) se determina experimentalmente y usualmente muestra características de histéresis, que en este caso se ignoran y se puede invertir numéricamente para obtener:

$$S_w = S_w(p^c) \quad (2.1-21)$$

La ley constitutiva de la fase sólida se introduce a través del concepto de tensión efectiva:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{I} p^s \quad (2.1-22)$$

que estipula que las principales características de la relación constitutiva pueden ser escritas en términos de $\boldsymbol{\sigma}'$, donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el tensor de tensiones total. \mathbf{I} es el tensor de 2º orden unidad y p^s es la presión promedio entre el agua y el aire alrededor de los granos.

En caso de flujo de dos fases inmiscibles, se necesita una simple técnica para el cálculo de p^s . De este modo el principio de tensiones efectiva modificado puede obtenerse como se estableció previamente. Las tensiones efectivas resultantes a partir de (2.1-22) se denominan también tensiones de Bishop.

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\sigma}} &= \frac{1}{dv} \int_{dv} \boldsymbol{\sigma} dv_m = \frac{1}{dv} \left[\int_{dv^s} \boldsymbol{\sigma} dv_m + \int_{dv^f} \boldsymbol{\sigma} dv_m \right] \\ &= \frac{dv^s}{dv} \boldsymbol{\sigma}^s + \frac{dv^f}{dv} \left[\frac{dv^w}{dv^f} \boldsymbol{\sigma}^w + \frac{dv^g}{dv^f} \boldsymbol{\sigma}^g \right] \\ &= (1 - n) \boldsymbol{\sigma}^s + n [S_w \boldsymbol{\sigma}^w + S_g \boldsymbol{\sigma}^g] \end{aligned} \quad (2.1-23)$$

$\bar{\sigma}$ es el tensor de tensiones total macroscópico y σ^π es tensor de tensiones promedio de la fase π .

Para las fases fluidos, el tensor de tensiones está dado por:

$$\sigma^\pi = \tau^\pi - \mathbf{I} p^\pi \quad (2.1-24)$$

donde τ^π es la tensión de corte. Suponiendo despreciable la tensión de corte en fluidos, obtenemos:

$$\bar{\sigma} = (1 - n)\sigma^s - n\mathbf{I}[S_g p^g + S_w p^w] \quad (2.1-25)$$

El término entre corchetes representa al promedio intrínseco (o principal) de la presión de la fase fluidos p^s :

$$p^s = (S_g p^g + S_w p^w) \quad (2.1-26)$$

Esta presión de poros pesada produce un estado de tensiones en los granos, que por el momento asumiremos que los granos no sufrirán deformaciones debido a estas tensiones, es decir introduciremos la hipótesis de granos incomprensibles. La deformación del esqueleto sólido, que depende de la tensión efectiva, será solo una función del acomodamiento de los granos.

La (2.1-25) puede modificarse:

$$\begin{aligned} \sigma &= (1 - n)\sigma^s - n\mathbf{I} \\ &= (1 - n)(\sigma^s + \mathbf{I}p^s) - (1 - n)\mathbf{I}p^s - n\mathbf{I}p^s \\ &= \sigma' - \mathbf{I}p^s \end{aligned} \quad (2.1-27)$$

donde se omitió el término con la barrita $\bar{\sigma}$ para la presión total. El tensor de tensiones está separado en dos componentes: la presión de poro efectiva y la parte que deforma el esqueleto sólido (es decir presión efectiva). La presión efectiva está dada por

$$\sigma' = (1 - n)(\sigma^s + \mathbf{I}p^s) \quad (2.1-28)$$

La (2.1-27) implica una división del tensor de tensiones similar a la del principio de Terzaghi y en presencia de distintas fases de fluidos la división es:

$$\sigma' = \sigma + \mathbf{I}(S_g p^g + S_w p^w) \quad (2.1-29)$$

Para mayor generalidad, se introduce la constante de Biot que tiene en cuenta la deformabilidad de los granos. De esta manera llegamos a una expresión más general de la presión efectiva.

$$\sigma'' = \sigma + \mathbf{I}\alpha(S_g p^g + S_w p^w) \quad (2.1-30)$$

donde el coeficiente correctivo α (coeficiente de Bot) se determinará en la sección siguiente. Nótese que esta ecuación difiere sustancialmente de la anterior. Para la determinación de α

necesitamos las ecuaciones constitutivas de la fase sólida. Esta presión efectiva está indicada como σ' , como lo hace Zienkiewicz.

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha S_w p_w \delta_{ij} - \alpha S_g p_g \delta_{ij} \quad (2.1-31)$$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - b_1 p_w \delta_{ij} - b_2 p_g \delta_{ij} \quad (2.1-32)$$

si $S_w = 1$

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha p_w \delta_{ij} \quad (2.1-33)$$

Ecuación de la presión efectiva de Terzaghi para suelos saturados.

Si los poros están llenos con agua y aire, la tensión efectiva superficial será

$$p^w < p^g \quad (2.1-34)$$

Si el grado de saturación es relativamente bajo, el agua se presenta como menisco y la presión correspondiente actúa sobre el área χ por unidad de espesor. Consecuentemente la presión de poro equivalente está dada por

$$\chi p^w + (1 - \chi) p^g \quad (2.1-35)$$

Y puede también ser escrito como:

$$p^g - \chi(p^g - p^w) \quad \text{o} \quad p^w + (1 - \chi)(p^g - p^w) \quad (2.1-36)$$

En analogía con el totalmente saturado, Bishop sugiere la siguiente expresión para la tensión efectiva principal

$$\hat{\sigma}' = \hat{\sigma} + [p^g - \chi(p^g - p^w)] \quad (2.1-37)$$

Para el tensor de tensiones total, esta ecuación toma la forma

$$\sigma' = \sigma + \mathbf{I}[p^g - \chi(p^g - p^w)] \quad (2.1-38)$$

El coeficiente χ no es el mismo que el usado para resolver problemas que envuelven esfuerzos de corte y consolidación. Para un grado de saturación dado, el coeficiente χ debe ser determinado experimentalmente para ambos tipos de problemas.

En general, la presión es un valor absoluto, pero muchos problemas de suelo se usan presiones relativas, y p^g se asume frecuentemente igual a la presión atmosférica. Si este es el caso y la presión atmosférica se asume como presión de referencia, el principio de tensión efectiva se vuelve

$$\sigma' = \sigma + \mathbf{I}\chi p^w \quad (2.1-39)$$

La comparación entre (2.1-29) y (2.1-38) es evidente, la ecuación (2.1-29) puede ser escrita como función del grado de saturación,

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{I}(S_g p^g + S_w p^w) \quad (2.1-40)$$

coincidiendo con (2.1-38) si $\chi = S_w$.

El coeficiente χ relaciona el área de contacto entre sólido y fluidos, donde el grado de saturación S_w depende del volumen ocupado por la fase π . Sabiendo que la fracción volumen (o porosidad) está definida como:

$$\eta^\pi = \frac{dv^\pi}{dv} \quad (2.1-41)$$

y la fracción de área transversal como

$$\alpha^\pi = \frac{da^\pi}{da} \quad (2.1-42)$$

Para el caso de constituyentes microestructuralmente isotrópicos, tales que α^π sea independiente de la orientación de la superficie, se asume que:

$$\alpha^\pi = \alpha^\pi (\eta^\pi) \quad (2.1-43)$$

Morland demostró que

$$\alpha^\pi = \eta^\pi \quad (2.1-44)$$

Esta conclusión coincide con la suposición básica de la ley de Delesse. Si esta suposición considera el área y la fracción de volumen entonces existen pequeñas diferencias entre la definición del coeficiente de Bishop χ y el grado de saturación.

La ecuación (2.1-37) de Bishop ha sido validada experimentalmente por medio de ensayos triaxiales sobre muestras de suelo.

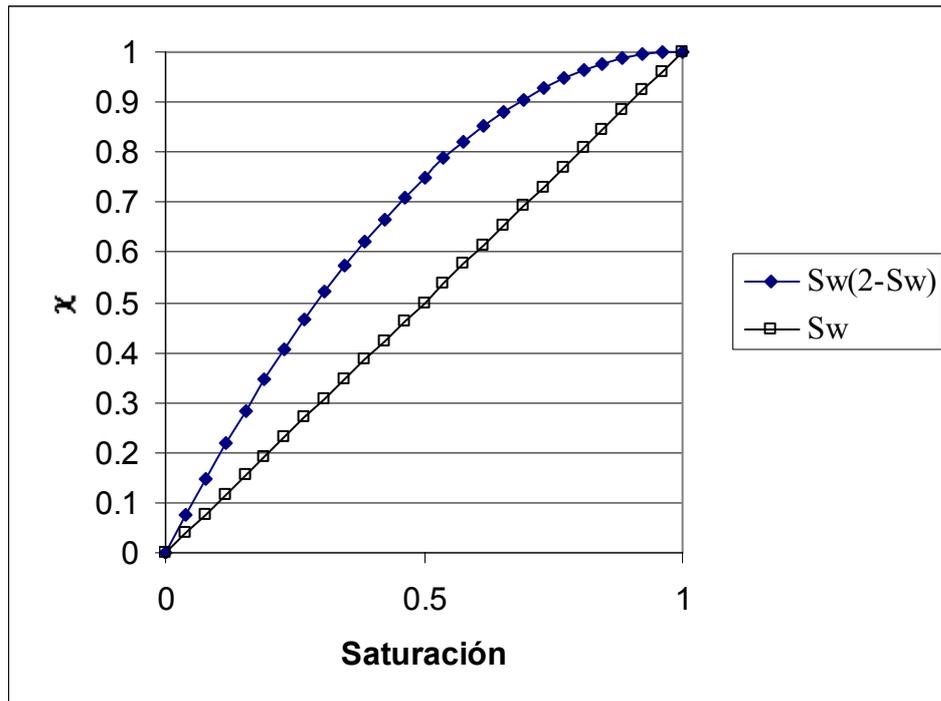
La suposición

$$\chi = S_w \quad (2.1-45)$$

es aceptable para muchos materiales, como lo muestran experimentalmente Bishop y Blight. Sin embargo hay otras expresiones como la usada por Gudehus para arcillas:

$$\chi = S_w (2 - S_w) \quad (2.1-46)$$

Esto puede visualizarse mejor mediante el siguiente gráfico:



Para el caso en que la fase sólida esté completamente rodeada por una única fase de fluido húmedo, que es la única en contacto directo con el medio poroso, Li y Zienkiewicz usan $\chi = 1$, como en el caso de los medios porosos totalmente saturados. Esta suposición es ampliamente usada cuando los fluidos son agua y bitumen, y solamente el agua entra en contacto con los granos de suelo.

Una nueva expresión para el principio de presiones efectivas en condiciones de saturación total, involucra cuatro parámetros propuestos por Lade y de Boer y testeados experimentalmente. Esta formulación, basada en los principios de la mecánica, es válida para todo tipo de materiales. Se hace una distinción entre las compresibilidades de las partículas de granos y el esqueleto debido a la tensión total y presión de poros.

Se obtienen dos expresiones diferentes para tensiones efectivas en materiales granulares y en roca sólida con poros interconectados. Por varias condiciones especiales estas expresiones se vuelven similares a las encontradas en la literatura, particularmente a la expresión que aquí se uso de la constante de Biot α . Lade y de Boer concluyen que el principio de tensiones efectivas propuesto por Terzaghi trabaja bien para las magnitudes de tensión encontradas en la mayoría de las aplicaciones geotécnicas, pero se desvían significativamente si existen altas tensiones.

2.1.3 Determinación del factor correctivo α

La presión de poros promedio p^s de los fluidos que ocupan los espacios vacíos, inducen una distribución de tensiones hidrostáticas sobre la fase sólida. La deformación resultante es puramente volumétrica

$$\epsilon_v^s = -\frac{p^s}{K_s} \quad (2.1-47)$$

o en forma tensorial e incremental

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_v^s = -\mathbf{I} \frac{dp^s}{3K_s} \quad (2.1-48)$$

La tensión efectiva causa todas las deformaciones relevantes del esqueleto sólido. La relación constitutiva puede escribirse como

$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{D}_T \left[(d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^c - d\boldsymbol{\varepsilon}_v^s - d\boldsymbol{\varepsilon}^0) \right] \quad (2.1-49)$$

$d\boldsymbol{\sigma}'$ = tensión responsable de todas las deformaciones, excepto para la compresibilidad de los granos.

$d\boldsymbol{\varepsilon}$ = deformación total del sólido.

\mathbf{D}_T = tensor constitutivo tangente:

$$\mathbf{D}_T = \mathbf{D}_T(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\varepsilon}, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \quad (2.1-50)$$

$d\boldsymbol{\varepsilon}^c = g(\boldsymbol{\sigma}')$ tiene en cuenta deformación por fluencia lenta (creep).

$d\boldsymbol{\varepsilon}^0$ = todas las otras deformaciones en el esqueleto sólido no dependientes directamente de la tensión efectiva.

Se introducirá una tensión efectiva modificando $\boldsymbol{\sigma}''$ que también tendrá en cuenta la compresión del grano. Esto permitirá el uso de la constante de Biot α . Sustituyendo (2.1-48) en (2.1-49) y omitiendo $d\boldsymbol{\varepsilon}^0$ y $d\boldsymbol{\varepsilon}^c$, para abreviar, obtenemos

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\sigma}' &= \mathbf{D}_T \left[(d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}_v^s) \right] \\ &= \mathbf{D}_T [d\boldsymbol{\varepsilon}] + \mathbf{D}_T [\mathbf{I}] \frac{dp^s}{3K_s} - \mathbf{I} dp^s \end{aligned} \quad (2.1-51)$$

Consiguientemente, la ecuación de tensión efectiva (2.1-29) y la (2.1-26), escritas en forma incremental, quedó

$$d\boldsymbol{\sigma} = d\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{I} dp^s = d\boldsymbol{\sigma}'' + \mathbf{D}_T [\mathbf{I}] \frac{dp^s}{3K_s} - \mathbf{I} dp^s \quad (2.1-52)$$

donde $\boldsymbol{\sigma}''$ representa la tensión responsable de todas las deformaciones del sólido.

Para los siguientes desarrollos, usaremos notación indicial y símbolos de Kronecker δ_{ij} y en vez de tensor unidad \mathbf{I} , verificando de manera inmediata que la (2.1-52) puede ser escrita como lo hacen Zienk. y Shiomi

$$d\sigma_{ij} = d\sigma''_{ij} - \frac{1}{3} \left(\delta_{mn} \delta_{nm} - \delta_{mn} D_{mnkl} \delta_{kl} \frac{1}{3K_s} \right) \delta_{ij} dp^s \quad (2.1-53)$$

Para un material elástico e isótropo

$$\delta_{mn} D_{mnkl} \delta_{kl} = \frac{3E}{1-2\nu} = 9K_T \quad (2.1-54)$$

(2.1-53) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} &= d\sigma''_{ij} - \left(1 - \frac{K_T}{K_s} \right) \delta_{ij} dp^s \\ &= d\sigma''_{ij} - \alpha \delta_{ij} dp^s \end{aligned} \quad (2.1-55)$$

La expresión resultante de la relación constitutiva es, en consecuencia:

$$d\sigma'' = \mathbf{D}_T [d\boldsymbol{\varepsilon}] \quad (2.1-56)$$

2.1.4 Determinación de K_m

Una manera sencilla de obtener el valor teórico de K_m puede deducirse a partir de la comparación de los coeficientes de la ecuación (2.1-32) y los de la (2.1-7), según el siguiente análisis:

De la ecuación (2.1-32) obtenemos:

$$b_1 = S_w \alpha = S_w \left(1 - \frac{K_T}{K_s} \right) = S_w \left(1 - \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{D} \mathbf{m}}{9K_s} \right) \quad (2.1-57)$$

$$b_1 = S_w - \left(\frac{K_T}{K_s} - (1 - S_w) \frac{K_T}{K_s} \right) = S_w - \frac{K_T}{K_s} + S_g \frac{K_T}{K_s} \quad (2.1-58)$$

$$b_1 = S_w + S_g \frac{K_T}{K_s} - \frac{K_T}{K_s} = K_T \left(\frac{S_w}{K_s} + \frac{S_g}{K_s} \right) - \frac{K_T}{K_s} \quad (2.1-59)$$

$$b_1 = \frac{K_T}{K_m} - \frac{K_T}{K_s} = a_1 \quad (2.1-60)$$

de la (2.1-59) se deduce:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{S_w}{K_T} + \frac{S_g}{K_s} = \frac{S_w K_s + K_T S_g}{K_T K_s} \quad (2.1-61)$$

$$K_m = \frac{K_T K_s}{S_w K_s + S_g K_T} \quad (2.1-62)$$

Recordando que $S_w = S_w(p^c)$ obtenemos de esta manera el valor teórico de K_m necesario para modelar el comportamiento de la estructura del suelo ante un cambio en la succión o presión capilar.

A continuación verificamos la validez de K_m , relacionando los coeficientes a_2 y b_2 , homólogos de las expresiones (2.1-7) y (2.1-32) respectivamente:

De la (2.1-32) obtenemos:

$$b_2 = (1 - S_w)\alpha \quad (2.1-63)$$

$$b_2 = (1 - S_w)\alpha = (1 - S_w) \left(1 - \frac{K_T}{K_s} \right) = 1 - \frac{K_T}{K_s} - S_w + S_w \frac{K_T}{K_s} = 1 - \frac{K_T + K_s S_w - S_w K_T}{K_s} \quad (2.1-64)$$

$$b_2 = 1 - \frac{K_T}{K_s} \frac{K_T + K_s S_w - S_w K_T}{K_s} = 1 - K_T \frac{K_T (1 - S_w) + K_s S_w}{K_T K_s} \quad (2.1-65)$$

$$b_2 = 1 - \frac{K_T}{K_m} = a_2 \quad (2.1-66)$$

Similar al coeficiente utilizado en (2.1-7), verificando la unicidad del valor de K_m obtenido

2.2- Modelo de flujo

2.2.1 Fase agua

El flujo de agua en suelos no saturados, como en saturados puede describirse mediante una combinación de la Ley de Darcy y de la de conservación de la masa de fluido.

Matemáticamente la ley de Darcy puede expresarse como

$$v_{wi} = - \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x_i} \quad (2.2-1)$$

v_{wi} velocidad de descarga del agua

k_{wi} Coeficiente de permeabilidad

γ_w peso específico del agua

La velocidad relativa puede describirse como:

$$v_{wi} = n_w(v_{fi} - v_{si}) \quad (2.2-2)$$

$n_w = V_w/V$	porosidad del agua
v_{fi}	velocidad absoluta de fluido
v_{si}	velocidad del esqueleto sólido, $v_{wi} = \frac{\partial u_i}{\partial t}$
V_w	volumen del poro de agua
V	volumen total

satisfaciendo la continuidad de la masa de fluido, tenemos:

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_w n_w v_{fi}) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_w n_w) \quad (2.2-3)$$

Sustituyendo la (2.2-2) en la (2.2-3), y puesto que: $v_{si} = \frac{1}{\phi_w}(v_{wi} - v_{si}n_w)$

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_w v_{wi}) - \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_w n_w v_{si}) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_w n_w) \quad (2.2-4)$$

Introduciendo el concepto de derivada total lagrangiana con respecto a cuerpos que se mueven, la (2.2-4) se puede reordenar como:

$$-\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho^w v_{wi}) = n_w \frac{1}{\rho^w} \frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \frac{\partial n_w}{\partial t} + n_w \frac{\partial v_{si}}{\partial x_i} \quad (2.2-5)$$

Considerando la definición de compresibilidad del fluido, c_f , y porosidad del agua, n_w , podemos escribir.

$$\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial \rho^w}{\partial t} = -c_f \frac{\partial p^w}{\partial t} \quad (2.2-6)$$

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V_w}{\partial t} - n_w \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (2.2-7)$$

Sustituyendo las ecuaciones(2.2-1), (2.2-6) y (2.2-7) en la (2.2-5), tenemos

$$-\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \right) = -n_w c_f \frac{dp^w}{dt} + \frac{1}{V} \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad (2.2-8)$$

2.2.2 Fase aire

El flujo de aire a través de un suelo no saturado es a menudo descripto usando la Ley de Fick. De acuerdo a la ley de Fick, la tasa de masa transferida por una sustancia de difusión a través de un área unitaria es proporcional al gradiente de concentración de la sustancia de difusión. Esta ley puede escribirse como:

$$J_{gi} = -D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (2.2-9)$$

donde:

J_{gi} tasa de masa de aire difundido a través de un área unitaria

D_i coeficiente de difusión

C concentración del aire difundido expresado en términos de masa por unidad de volumen de vacíos de suelo.

La concentración de aire con respecto a una unidad de volumen de suelo V , puede expresarse como:

$$C = \frac{m_g}{V_g / (1 - S_w)n} \quad (2.2-10)$$

donde:

m_g masa de aire en el elemento suelo

S_w grado de saturación

n porosidad

En término de la densidad del aire, ρ_g , la (2.2-10) puede escribirse:

$$C = \rho_g (1 - S_w)n \quad (2.2-11)$$

Para condiciones isotérmicas, la densidad del aire es:

$$\rho_g = \frac{wP}{RT} \quad (2.2-12)$$

donde

w peso molecular de la masa de aire

R constante universal de los gases

P presión absoluta

Sustituyendo (2.2-12), (2.2-11) en la (2.2-9) obtenemos una forma modificada de la ley de Fick.

$$J_{gi} = -D_i^* \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (2.2-13)$$

coeficiente de transmisión para la fase aire:

$$D_i^* = D_i \frac{w}{RT} (1 - S_w) n \quad (2.2-14)$$

usando la definición de J_{gi} , puede obtenerse la siguiente ecuación para flujo de aire a través del suelo v_{gi} :

$$v_{gi} = -\frac{D_i^*}{\rho^g} \frac{\partial p^g}{\partial x_i} = \frac{J_{gi}}{\rho^g} \quad (2.2-15)$$

Satisfaciendo la conservación de la masa de aire, y siguiendo exactamente los mismos procedimientos que para la fase agua tenemos:

$$-\frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho^g v_{gi}) = -n_g \frac{1}{\rho^g} \frac{dp^g}{\partial t} + \frac{dn_g}{\partial t} + n_g \frac{\partial v_{si}}{\partial x_i} \quad (2.2-16)$$

n_g porosidad del aire

Usando la ecuación (2.2-12), podemos escribir

$$\frac{dp^g}{\partial t} = -\frac{w}{RT} \frac{dp^g}{\partial t} \quad (2.2-17)$$

Sustituyendo la (2.2-15) y (2.2-17) en la (2.2-16) tenemos:

$$-\frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i^* \frac{\partial p^g}{\partial x_i} \right) = -\frac{n_g}{P} \frac{dp^g}{\partial t} + \frac{1}{V} \frac{dv_g}{dt} \quad (2.2-18)$$

Las ecuaciones (2.2-8) y (2.2-18) gobiernan las ecuaciones diferenciales que describen el flujo de agua y aire a través de un medio poroso no saturado. Nótese que tenemos 2 ecuaciones y 4 incógnitas (p^w, p^g, V_w y V_g), por lo tanto, necesitamos dos ecuaciones adicionales. Las

ecuaciones adicionales pueden obtenerse relacionando $\frac{dV_g}{dt}$ y $\frac{dV_w}{dt}$ a las variables primarias

p^w, p^g y u_i

Esto supone habilitar las ecuaciones (2.1-6), (2.2-8) y (2.2-18) para resolverlas simultáneamente.

2.2.3 Implementación de la curva característica suelo - agua

Debido a que la curva característica es utilizada para estimar varios de los parámetros utilizados en el modelado en estudio, es conveniente poseer una relación entre la succión y el grado de saturación. En 1994 Fredlund & Xing, presentaron una ecuación que permite representar una curva característica a partir de valores obtenidos a partir de la curva obtenida en laboratorio. Luego de numerosos intentos, se observó que mediante la siguiente ecuación:

$$\theta = \theta_s \left[\frac{1}{\ln[e + (\Psi / a)^n]} \right]^m \quad (2.2-19)$$

podían modelarse las variaciones del contenido de agua con respecto a la succión, mediante la normalización de la expresión anterior se obtiene la descripción de la variación del grado de saturación con respecto a la succión.

Siendo:

Ψ valores de succión (kpa)
 θ Valores de saturación
 θ_s Valor de inicio, en este caso igual a 1

Valores de los coeficientes

$$a = \Psi_i$$

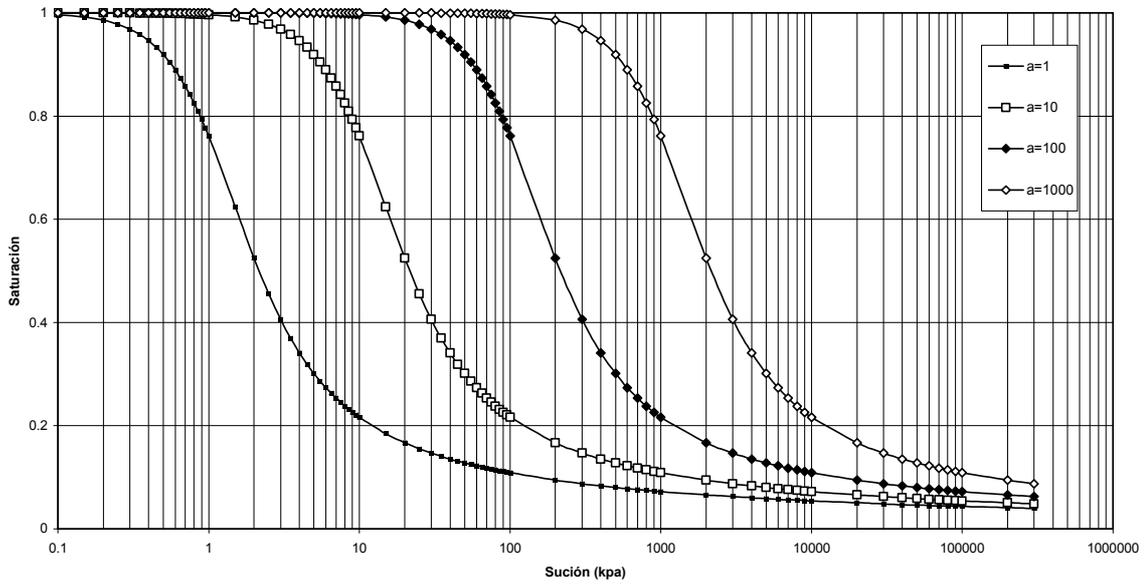
$$m = 3.67 \ln \left(\frac{\theta_s}{\theta_i} \right)$$

$$n = \frac{1.31^{m+1}}{m\theta_s} 3.72s\Psi_i$$

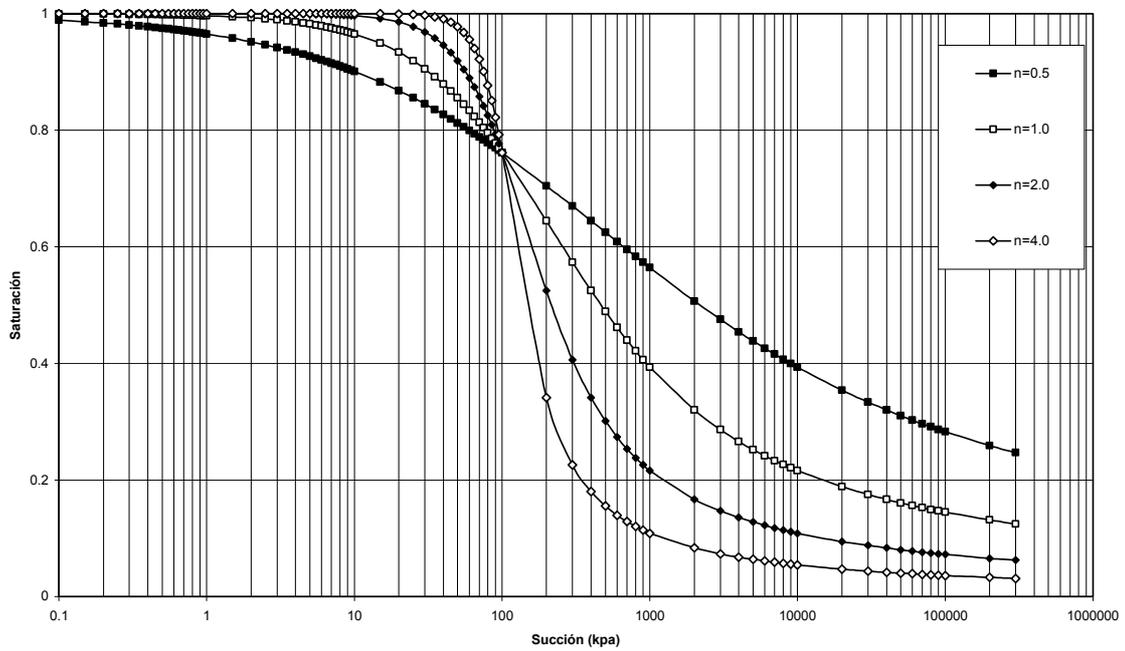
$$s = \frac{\theta_i}{\Psi_p - \Psi_i} \quad \text{pendiente de la recta de transición}$$

la descripción de los parámetros utilizados puede visualizarse en la siguiente figura:

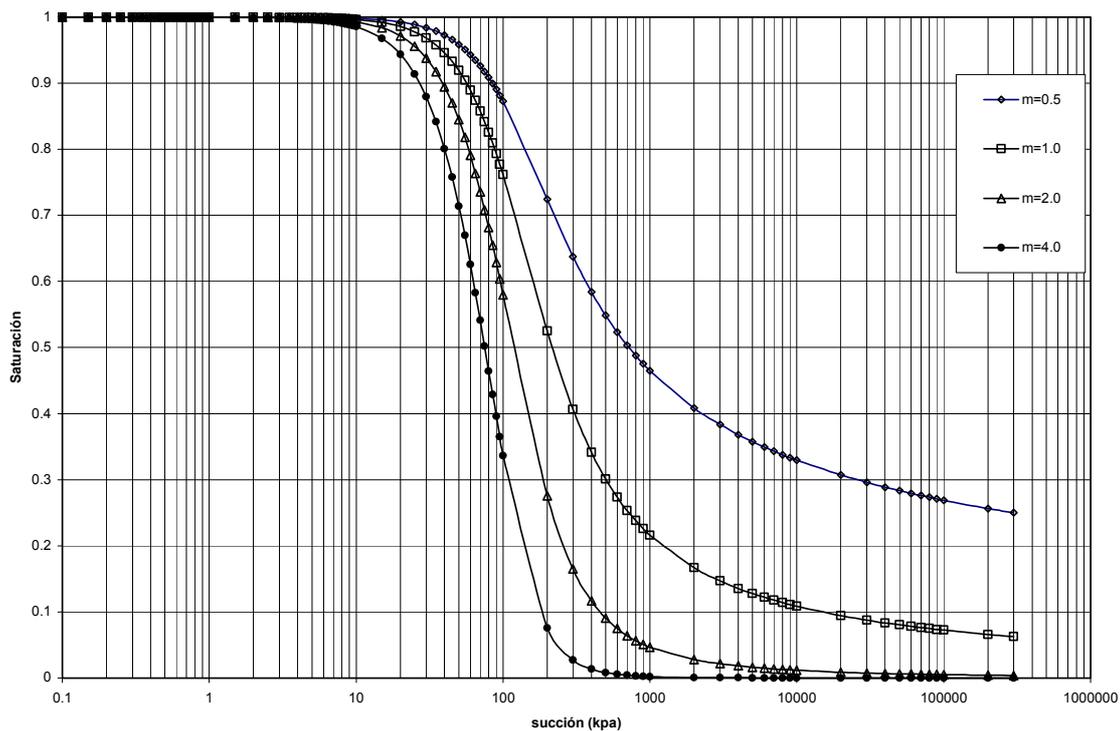
Mediante la correcta elección de los parámetros a, m y n, se puede modelar la curva característica, permitiendo representar una variedad de posibilidades como se observa en los gráficos siguientes.



Curva característica con a variable y $n=2$, $m=1$



Curva característica con n variable y $a=100$, $m=1$



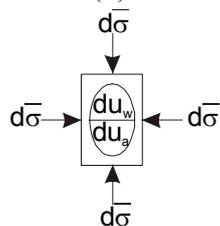
Curva característica con m variable y a=100, n=2

Como puede observarse, la ecuación obtenida posee la versatilidad necesaria para describir correctamente la variación del grado de saturación con respecto a una variación en la succión, permitiendo obtener la formulación inversa e implementarla sin mayores dificultades en el programa computacional.

2.3- 3. Deformación del poro de agua y del poro de aire

Para establecer las relaciones requeridas entre $\frac{dV_g}{dt}$ y $\frac{dV_w}{\partial t}$ y las variables primarias de fluido, se considera un volumen representativo de medio poroso no saturado sujeto a condiciones de tensiones de la figura 2. El caso (1) corresponde a una presión isotrópica externa de $d\bar{\sigma}$, una presión interna de agua dp^w , y una presión interna de aire dp^g . El caso (2) se refiere a presiones externas e internas iguales a dp^w . El caso (3) corresponde a una presión externa y del aire del poro de dp^g , y presión del agua cero.

CASO (1)



$$dV = V(c d\bar{\sigma} - (c_m - c_s) dp^w - (c - c_m) dp^g)$$

$$dV_w = ?$$

$$dV_g = ?$$

CASO (2)

$$\begin{array}{c}
 \downarrow du_w \\
 \begin{array}{c} du_w \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} du_w \\ du_w \end{array}} \leftarrow du_w \\
 \uparrow du_w \end{array} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 dV' = Vc_s dp^w \\
 dV'_w = n_w Vc_s dp^w \\
 dV'_g = n_g Vc_s dp^w
 \end{array}$$

CASO (3)

$$\begin{array}{c}
 \downarrow du_w \\
 \begin{array}{c} du_w \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} 0 \\ du_w \end{array}} \leftarrow du_w \\
 \uparrow du_w \end{array} \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 dV'' = Vc_m dp^w \\
 dV''_w = ? \\
 dV''_g = n_g Vc_m dp^w
 \end{array}$$

Aplicando la ley de reciprocidad de las tensiones de Betti a los casos [(1) - (2)], [(1) - (3)], [(2) - (3)] tenemos:

$$(dV - dV_w - dV_g)dp^w = V(c_s dp^w - d\bar{\sigma} - n_w c_s dp^w - n_g c_s dp^w dp^g) \quad (2.3-1)$$

$$(dV - dV_g)dp^w = -dV''_w dp^w + V(c_m d\bar{\sigma} - n_g c_m dp^g)dp^w \quad (2.3-2)$$

$$V(c_m dp^w - n_g c_m dp^w)dp^w - dV''_w dp^w = V(c_s dp^w - n_g c_s dp^w)dp^w \quad (2.3-3)$$

donde:

dV''_w cambio volumétrico del poro de agua bajo condiciones de tensiones dadas en el caso (3)

En suma, usando la (2.1-13), dV puede expresarse como:

$$dV = V[c d\bar{\sigma} - (c_m - c_s)dp^w - (c - c_m)dp^g] \quad (2.3-4)$$

Resolviendo las ecuaciones ((2.3-1) - (2.3-3)) para dV_w y dV_g , y reemplazando dV de la (2.3-4) tenemos:

$$\frac{dV_w}{dV} = (c_m - c_s)d\bar{\sigma} - [(1 - n_g)c_m - (1 + n_w + n_g)c_s]dp^w - n_g(c_m - c_s)dp^g \quad (2.3-5)$$

$$\frac{dV_g}{dV} = (c - c_m)d\bar{\sigma} - n_g(c_m - c_s)dp^w - [c - (1 + n_g)c_m]dp^g \quad (2.3-6)$$

Eliminando $d\bar{\sigma}$ de la ecuaciones (2.3-5) y (2.3-6) tenemos:

$$\frac{dV_w}{dV} = a_1 \varepsilon_{ii} - [a_{12} + (a_1 - n_w)c_s]dp^w + a_{12}dp^g \quad (2.3-7)$$

$$\frac{dV_a}{dV} = a_2 \varepsilon_{ii} - [a_{21} + (a_2 - n_g) c_s] dp^g + a_{21} dp^w \quad (2.3-8)$$

donde $a_{21} = a_{12} = (a_2 - n_g)(c_m - c_s)$

2.4- Ecuaciones que gobiernan la consolidación no saturada.

Si sustituimos las ecuaciones (2.3-7) y (2.3-8) en las ecuaciones (2.2-8) y (2.2-18) respectivamente y nótese que para problemas más prácticos, $\frac{\partial V_w}{\partial t} = \frac{dV_w}{dt}$ y $\frac{\partial V_g}{\partial t} = \frac{dV_g}{dt}$

$$-\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \right) = a_{11} \frac{\partial p^w}{\partial t} - a_{12} \frac{\partial p^g}{\partial t} - a_1 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t \partial x_i} \quad (2.4-1)$$

$$-\frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i^* \frac{\partial p^g}{\partial x_i} \right) = a_{22} \frac{\partial p^g}{\partial t} - a_{21} \frac{\partial p^w}{\partial t} - a_2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t \partial x_i} \quad (2.4-2)$$

donde:

$$a_{11} = n_w(c_f - c_s) + a_1 c_s + a_{12}$$

$$a_{22} = \frac{n_g}{P} + (a_2 - n_g) c_m$$

Las ecuaciones (2.4-2) y (2.4-1) y la ecuación (2.1-6), forman el set general de ecuaciones diferenciales que gobiernan la consolidación en medios porosos no-saturados.

3.- Discretización mediante el método de los elementos finitos

Capítulo 3

Discretización mediante el método de los elementos finitos

3.1- MODELO ADOPTADO

El modelo elegido para este trabajo se basa en el utilizado en la Tesis de Magíster de Di Rado, originalmente propuesto por Zienkiewicz, con una pequeña modificación a la forma teórica original, incorporando la cohesión y la fricción como parámetros del problema y describiendo en el plano desviador, una sección semejante a la de Mohr-Coulomb, es decir, que mientras la Cam-Clay original presenta una sección circular, éste presenta una hexagonal

El conjunto de ecuaciones adoptado a partir de las ecuaciones (2.4-2), (2.4-1) y (2.1-6) para regir el proceso de consolidación en suelos no saturados es el siguiente:

$$\begin{aligned} G \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial \dot{p}^w}{\partial x_i} + a_2 \frac{\partial \dot{p}^g}{\partial x_i} + \dot{b}_i &= 0 \\ a_{11} \dot{p}^w + a_{12} \dot{p}^g - a_1 \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} - \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \dot{p}^w}{\partial x_i^2} &= 0 \\ -a_{21} \dot{p}^w + a_{22} \dot{p}^g - a_2 \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} - \frac{D_i^*}{\rho^g} \frac{\partial^2 \dot{p}^g}{\partial x_i^2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1-1)$$

Donde :

$$a_1 = \frac{c_m - c_s}{c} \quad (3.1-2)$$

$$a_2 = \frac{c - c_m}{c} \quad (3.1-3)$$

$$a_{11} = n_w(c_f - c_s) + a_1 c_s + a_{12} \quad (3.1-4)$$

$$a_{22} = \frac{n_g}{P} + (a_2 - n_g)c_m \quad (3.1-5)$$

$$a_{21} = a_{12} = (a_2 - n_g)(c_m - c_s) \quad (3.1-6)$$

Siendo:

- c_m Compresibilidad de la estructura del suelo con respecto a una variación en la succión
- c_s Compresibilidad de los granos de sólidos
- c Compresibilidad de la estructura del suelo drenado
- n_w Porosidad del agua
- n_g Porosidad del aire
- c_f Compresibilidad del agua
- ρ^g Masa específica del aire
- γ_w Peso específico del agua
- k_{wi} Coeficiente de permeabilidad en la dirección xi
- D_i Coeficiente de difusión para el aire
- D_i^* Coeficiente de difusión de la concentración de aire expresado en términos de la masa por unidad de volumen de vacíos del suelo
- w Peso molecular de la masa de aire
- R Constante universal de los gases
- T Temperatura absoluta
- S_w Grado de saturación
- n Porosidad
- P Presión absoluta.

Empleando el método de los residuos ponderados de Galerkin, obtenemos la siguiente formulación para elementos finitos, interpolando las incógnitas \mathbf{u} , \mathbf{p}^g y \mathbf{p}^w en términos de los valores nodales de esas incógnitas, usando funciones de interpolación \mathbf{N}^u y \mathbf{N}^p respectivamente:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}^u \dot{\mathbf{u}} \quad \dot{\mathbf{p}}^g = \mathbf{N}^p \dot{\mathbf{p}}^g \quad \dot{\mathbf{p}}^w = \mathbf{N}^p \dot{\mathbf{p}}^w \quad (3.1-7)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{K} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{sw} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{C}_{sg} \dot{\mathbf{p}}^g &= \dot{\mathbf{F}}_s \\
\mathbf{C}_{ws} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{P}_{ww} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{Q}_{wg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{H}_{ww} \dot{\mathbf{p}}^w &= \dot{\mathbf{F}}_w \\
\mathbf{C}_{gs} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{Q}_{gw} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{P}_{gg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{H}_{gg} \dot{\mathbf{p}}^g &= \dot{\mathbf{F}}_g
\end{aligned} \tag{3.1-8}$$

Mediante el tratamiento de estas ecuaciones según lo detallado en Anexo Tres se obtiene la siguiente expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}_{sw} & \mathbf{C}_{sg} \\ \mathbf{C}_{ws} & \mathbf{P}_{ww} & \mathbf{Q}_{wg} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{Q}_{gw} & \mathbf{P}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}}^w \\ \dot{\mathbf{p}}^g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{ww} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p}^w \\ \mathbf{p}^g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{F}}_s \\ \dot{\mathbf{F}}_w \\ \dot{\mathbf{F}}_g \end{Bmatrix} \tag{3.1-9}$$

Siendo:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{uT} \mathbf{D} \mathbf{B}^u d\Omega \tag{3.1-10}$$

$$\mathbf{C}_{sw} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{uT} a_1 \mathbf{N}^p d\Omega \tag{3.1-11}$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T a_2 \mathbf{N}^p d\Omega \tag{3.1-12}$$

$$\dot{\mathbf{F}}_s = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{uT} \dot{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \mathbf{N}^{uT} \dot{t} d\Gamma \tag{3.1-13}$$

$$\mathbf{C}_{ws} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_1 \mathbf{B} d\Omega \tag{3.1-14}$$

$$\mathbf{P}_{ws} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{11} \mathbf{N}^p d\Omega \tag{3.1-15}$$

$$\mathbf{Q}_{wg} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{12} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.1-16)$$

$$\mathbf{H}_{ww} = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{\mathbf{k}_{wi}}{\gamma_w} \nabla \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.1-17)$$

$$\mathbf{Q}_{wg} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} \dot{\mathbf{q}}_w d\Omega \quad (3.1-18)$$

$$\mathbf{F}_w = - \int_{\Gamma_w} \mathbf{N}^{pT} \dot{q}_w d\Gamma \quad (3.1-19)$$

$$\mathbf{C}_{gs} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_2 \mathbf{B} d\Omega \quad (3.1-20)$$

$$\mathbf{Q}_{gw} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{21} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.1-21)$$

$$\mathbf{P}_{gg} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^{pT} a_{22} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.1-22)$$

$$\mathbf{H}_{gg} = - \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{D_i}{P} (1 - S_w) n \nabla \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.1-23)$$

$$\mathbf{F}_g = - \int_{\Gamma_g} \mathbf{N}^{pT} \dot{q}_g d\Gamma \quad (3.1-24)$$

Las matrices obtenidas tienen la ventaja de ser simétricas, lo que sumado a la simplicidad de obtención de los coeficientes que la componen hace que este sistema de ecuaciones sea fácil de implementar y de bajo costo operativo computacional.

3.2- Comparación con otras formulaciones

Del análisis realizado a partir de las formulaciones de numerosas publicaciones, se concluye que la mayoría de las mismas fue obtenida a partir del análisis del comportamiento mecánico de

medios multifásicos realizado por Lewis & Schrefler, por lo que se considera conveniente comparar esta formulación con la adoptada en este proyecto de Tesis.

Luego del análisis de las ecuaciones de gobierno para flujo de agua y aire en medios porosos deformables, y acoplado con la ecuación para el equilibrio mecánico expuesta en (2.1-32), Lewis & Schrefler obtienen la siguiente formulación:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}'' d\Omega - \mathbf{C}_{sw} \bar{\mathbf{p}}^w - \mathbf{C}_{sg} \bar{\mathbf{p}}^g = \mathbf{f}''$$

$$\mathbf{C}_{sw}^T \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{P}_{ww} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^w}{\partial t} + \mathbf{C}_{wg} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^g}{\partial t} + \mathbf{H}_{ww} \bar{\mathbf{p}}^w = \mathbf{f}^w \quad (3.2-1)$$

$$\mathbf{C}_{sg}^T \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \mathbf{C}_{gw} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^w}{\partial t} + \mathbf{P}_{gg} \frac{\partial \bar{\mathbf{p}}^g}{\partial t} + \mathbf{H}_{gg} \bar{\mathbf{p}}^g = \mathbf{f}^g$$

siendo:

$$\mathbf{C}_{sw} = \mathbf{Q} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_w \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-2)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-3)$$

$$\mathbf{f}'' = \int_{\Omega} \mathbf{N}_u^T [\rho^s (n-1) + S_w n \rho^w + S_g n \rho^g] \mathbf{g} d\Omega + \int_{\Gamma_u^q} \mathbf{N}_u^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad (3.2-4)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-5)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-6)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-7)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-8)$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T S_g \alpha \mathbf{m} \mathbf{N}^p d\Omega \quad (3.2-9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{gw} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w + p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{21} \mathbf{N}_p d\Omega \end{aligned} \quad (3.2-10)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_{wg} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{12} \mathbf{N}_p d\Omega\end{aligned}\quad (3.2-11)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{ww} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_w}{K_w} - C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{11} \mathbf{N}_p d\Omega\end{aligned}\quad (3.2-12)$$

$$\mathbf{H}_{ww} = \mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rw}}{\mu^w} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega \quad (3.2-13)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{gg} &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_g - p^g \frac{C_S}{n} + p^w \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - C_S \right] \mathbf{N}_p d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T b_{22} \mathbf{N}_p d\Omega\end{aligned}\quad (3.2-14)$$

$$\mathbf{H}_{gg} = \mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N}_p)^T \frac{\mathbf{k}k^{rg}}{\mu^g} \nabla \mathbf{N}_p d\Omega \quad (3.2-15)$$

estas ecuaciones pueden ser comparadas con las obtenidas en nuestra formulación simplificada, mediante la comparación directa de sus coeficientes

3.2.2 Comparación de coeficientes

Relación $b_{11} - a_{11}$

$$a_{11} = n_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{a_1}{K_s} + a_{12}$$

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_w}{K_w} - C_S$$

$$b_{12} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

sabiendo $S_w = 1 - S_g$, y reemplazando, podemos ver que

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w S_g - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w p^w \frac{C_S}{n} + \frac{\alpha - n}{K_s} S_w p^g \frac{C_S}{n} + \frac{nS_w}{K_w} - C_S$$

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] + \frac{nS_w}{K_w}$$

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] + \frac{nS_w}{K_w}$$

se puede escribir

$$b_{11} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w - b_{12} + \frac{nS_w}{K_w}$$

$$b_{11} = \frac{\alpha S_w}{K_s} - \frac{nS_w}{K_s} - b_{12} + \frac{nS_w}{K_w} = nS_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) - b_{12} + \frac{\alpha S_w}{K_s}$$

$$b_{11} = nS_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{b_1}{K_s} - b_{12}$$

similar a la expresión de adoptada en este trabajo:

$$a_{11} = n_w \left(\frac{1}{K_w} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{a_1}{K_s} + a_{12}$$

Relación $b_{22} - a_{22}$

$$b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_g - p^g \frac{C_S}{n} + p^w \frac{C_S}{n} \right) + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - C_S$$

$$a_{22} = \frac{n_a}{P} (a_2 - n_a) \frac{1}{K_m}$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

$$b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g - \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right] + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R}$$

$$b_{22} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g - b_{21} + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} = \frac{\alpha S_g}{K_s} - \frac{nS_g}{K_s} + \frac{nS_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta}R} - b_{21}$$

$$b_{22} = \frac{1}{K_s} (\alpha S_g - n S_g) + \frac{n S_g}{\rho^g} \frac{M_g}{\hat{\theta} R} - b_{21} = \frac{1}{K_s} (\alpha_2 - n S_g) - b_{21} + \frac{n S_g}{P}$$

$$b_{22} = \frac{1}{K_s} (b_2 - n S_g) - b_{21} + \frac{n S_g}{P} = \frac{1}{K_s} (b_2 - n S_g) + (b_2 - n S_g) \left(\frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_s} \right) + \frac{n S_g}{P}$$

$$b_{22} = (b_2 - n S_g) \left(\frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_s} \right) + \frac{n S_g}{P} = \frac{1}{K_m} (b_2 - n S_g) + \frac{n S_g}{P}$$

$$\boxed{b_{22} = \frac{1}{K_m} (b_2 - n S_g) + \frac{n S_g}{P}}$$

similar a la expresión adoptada en este trabajo:

$$\boxed{a_{22} = c_m (a_2 - n_g) + \frac{n_g}{P}}$$

Relación $b_{12} - b_{21}$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_g \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} (1 - S_w) \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) - S_w \left(S_w - p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w + \frac{\alpha - n}{K_s} \left(p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w S_w - \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(- p^w \frac{C_S}{n} + p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + \left[\frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S \right]$$

$$b_{21} = \frac{\alpha - n}{K_s} \left(p^g \frac{C_S}{n} - p^w \frac{C_S}{n} \right) + b_{12}$$

$$b_{12} = \frac{\alpha - n}{K_s} S_w \left(S_g + p^w \frac{C_S}{n} - p^g \frac{C_S}{n} \right) + C_S$$

- Anexo Tres

Análisis de la formulación para MEF

$$\begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & p_{\omega\omega} & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & p_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & H_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F}_s \\ \dot{F}_\omega \\ \dot{F}_g \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & p_{\omega\omega} & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & p_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{u}{\Delta t} \Big|_{t2} - \frac{u}{\Delta t} \Big|_{t1} \\ \frac{p^w}{\Delta t} \Big|_{t2} - \frac{p^w}{\Delta t} \Big|_{t1} \\ \frac{p^g}{\Delta t} \Big|_{t2} - \frac{p^g}{\Delta t} \Big|_{t1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & H_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha * u_2 + (1-\alpha) * u_1 \\ \alpha * p_2^w + (1-\alpha) * p_1^w \\ \alpha * p_2^g + (1-\alpha) * p_1^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{F}_s \\ \dot{F}_\omega \\ \dot{F}_g \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & p_{\omega\omega} & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & p_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} \Big|_{t2} - \frac{\Delta t}{\Delta t} \begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & p_{\omega\omega} & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & p_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} \Big|_{t1} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & H_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} \Big|_{t1} \alpha * \Delta t +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & H_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} \Big|_{t1} (1-\alpha)\Delta t = \begin{bmatrix} \dot{F}_s \\ \dot{F}_\omega \\ \dot{F}_g \end{bmatrix} \Delta t$$

$$\begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & (p_{\omega\omega} + H_{\omega\omega} \alpha \Delta t) & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & (p_{gg} + H_{\omega\omega} \alpha \Delta t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta p^w \\ \Delta p^g \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & H_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \dot{F}_{s2} + (1-\alpha) \dot{F}_{s1} \\ \alpha \dot{F}_{\omega2} + (1-\alpha) \dot{F}_{\omega1} \\ \alpha \dot{F}_{g2} + (1-\alpha) \dot{F}_{g1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} K & C_{s\omega} & C_{sg} \\ C_{\omega s} & (p_{\omega\omega} + H_{\omega\omega} \alpha \Delta t) & Q_{\omega g} \\ C_{gs} & Q_{g\omega} & (p_{gg} + H_{\omega\omega} \alpha \Delta t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta p^w \\ \Delta p^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta t H_{\omega\omega}) & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta t H_{aa}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p^w \\ p^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F_s \\ \Delta F_\omega \\ \Delta F_a \end{bmatrix}$$

Como el sistema de ecuaciones es no lineal se requiere analizar el residuo en cada iteración, este residuo se calcula de la siguiente manera:

$$R = \begin{bmatrix} P_{t+\Delta t} \\ \Delta t H_{ww} p^w \Big|_t + \Delta p^w \\ \Delta t H_{gg} p^g \Big|_t + \Delta p^g \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \int_{\Omega} B^T (\sigma^i - \alpha P^i) d\Omega \\ -C_{ws} (U_{t+\Delta t}^i - U_t^i) - (P_{ww} + \alpha \Delta t H_{ww}) \Delta p_w - Q_{wg} \Delta p_g \\ -C_{gs} (U_{t+\Delta t}^i - U_t^i) - Q_{wg} \Delta p_g - (P_{gg} + \alpha \Delta t H_{gg}) \Delta p_g \end{bmatrix}$$

Los valores para el tiempo siguiente se obtienen haciendo:

$$U_{t+\Delta t}^i = U_t + \Delta U \quad \text{y} \quad P_{t+\Delta t}^i = P_t + \Delta P$$

Considerando que el volumen del poro de aire se reduce a cero, tendremos un sistema bifásico, similar al obtenido por Di Rado - Awruch:

$$\left. \begin{array}{l} S_w = 1 \\ c_m = c \end{array} \right\} \Rightarrow a_2 = a_{11} = a_{12} = a_{22} = 0 \quad a_1 = 1$$

quedando el sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} K & C_{s\omega} & 0 \\ C_{\omega s} & H_{\omega\omega} \alpha \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \Delta u \\ \Delta p^w \\ \Delta p^g \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t H_{\omega\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} u \\ p^w \\ p^g \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \Delta F_s \\ \Delta F_\omega \\ \Delta F_a \end{array} \right| \end{array}$$

similar a la formulación obtenida por Di Rado, H. Ariel en su correspondiente Tesis de Maestría, la cual fue adoptada como punto de partida para la descripción no saturada del fenómeno de consolidación en suelos presentada en este proyecto de tesis.

Comparación con las Submatrices de la formulación bifásica	
Formulación Trifásica (medio poroso no saturado)	Formulación Bifásica (medio poroso saturado)
$K = \int_{\Omega} B^T D B d\Omega$	$K = \int_{\Omega} B^T D_{ep} B d\Omega$
$C_{S\omega} = \int_{\Omega} B^T \left(1 - \frac{m^T D m}{9K_s} \right) m N^P$	$L = \int_{\Omega} B^T \left(1 - \frac{m^T D m}{9K_s} \right) m N^P d\Omega$
$C_{S\omega} = C_{\omega s}$	
$H_{\omega\omega} = - \int_{\Omega} J N^{PT} \frac{k_{\omega}}{\gamma_{\omega}} J N^P d\Omega$	$H = - \int_{\Omega} \frac{\partial N}{\partial x_1} k_{lm} \frac{\partial N}{\partial x_m} d\Omega$

Verificando que la formulación adoptada al saturarse deriva en una similar a la utilizada para describir es sistema bifásico.

4.- Ejemplos de Cálculo

Capítulo 4

Ejemplos de cálculo

4.1- Introducción

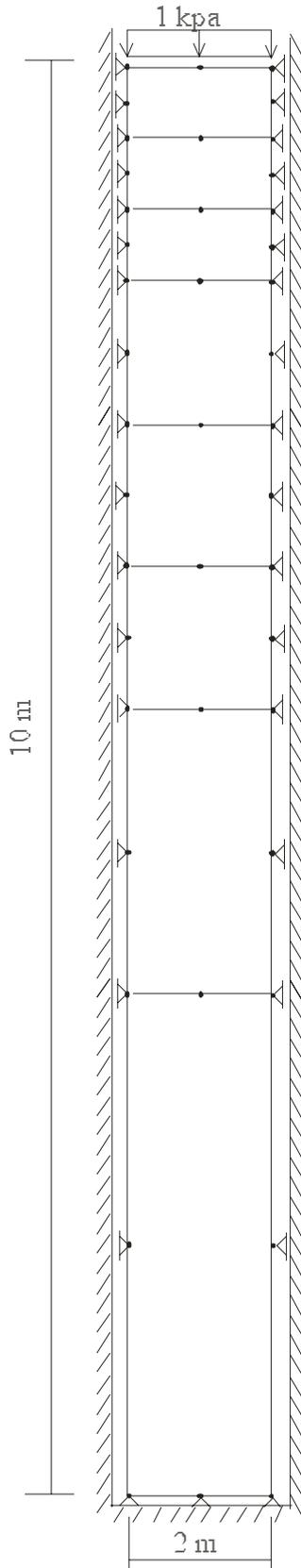
En este capítulo se presentarán ejemplos característicos de problemas de consolidación en suelos no saturados resueltos por el programa computacional FECCUND 2.0, en todos los casos se trabajó con elementos isoparamétricos de ocho nodos para la descripción de la variable desplazamiento y de cuatro nodos para las variables presión poro de agua y presión poro de aire, con integración numérica de 2×2 puntos de Gauss. Los ejemplos presentados corresponden a estados planos de deformaciones, pudiendo también abordarse problemas de estados planos de tensiones y tienen como objeto presentar los resultados obtenidos para su comparación con resultados de otras publicaciones especializadas en el tema.

La resolución se efectúa equilibrando el sistema para cada intervalo de tiempo requerido, actualizando para el siguiente los valores de los coeficientes componentes de las matrices, esto significa que el grado de saturación de los elementos y demás coeficientes variables con la succión, son actualizados a partir de las relaciones correspondientes (Ej. Curva característica)

4.2- Ejemplo 1

Este ejemplo se presenta como una versión no saturada de la columna unidimensional de suelo de Terzaghi, y fue presentada en el Congreso ENIEF 2001, tiene como objeto observar el comportamiento del programa mediante la comparación de la evolución con respecto al tiempo de las presiones de poro de agua y descensos en puntos ubicados a distintas profundidades y con saturaciones iniciales variables.

Si se grafican los valores a distintas profundidades para similares intervalos de tiempo, se podrá además obtener gráficos de isócronas para los distintos grados de saturación.



Datos del problema:

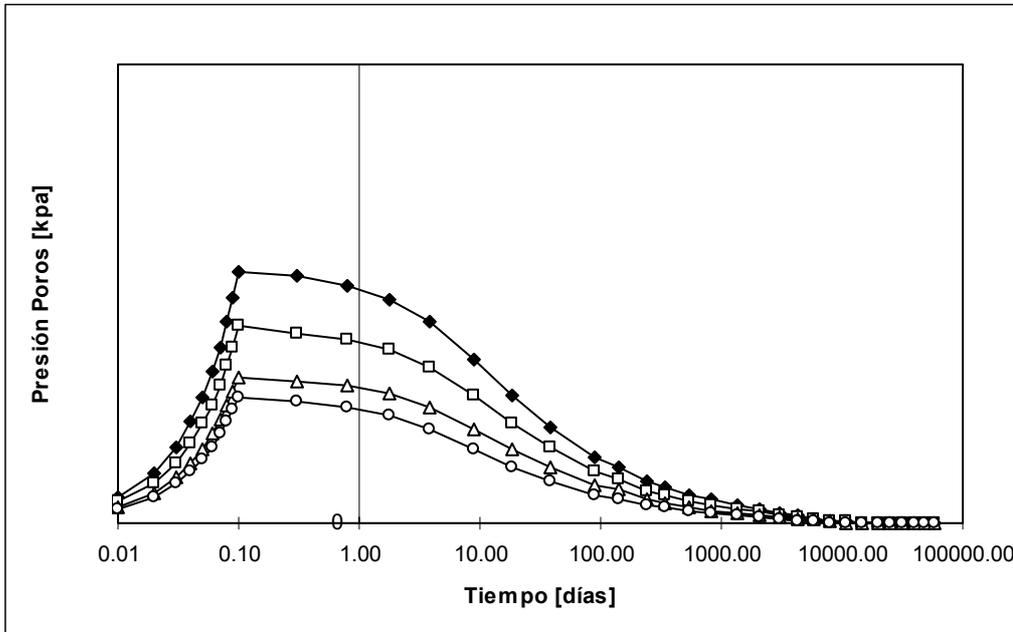
- Alto: $h = 10m$
- Ancho: $b = 2m$
- Carga: $q = 1kpa$
- Módulo de elasticidad: $E = 100kpa$
- Coefficiente de Poisson: $\nu = 0.3$
- Ángulo de fricción interna(rad): $\phi = 0.1745$
- Cohesión: $C = 100kpa$
- Relación de vacíos inicial: $e = 0.6$
- Coef. Compresibilidad grano: $k_s = 1000000kpa$
- Coef. Compresibilidad fluido: $k_f = 100000kpa$
- Tiempo de aplicación de la carga: $t = 0.1$ días
- Profundidades analizadas:
 - $h_a = 0.5$ m
 - $h_b = 1.5$ m
 - $h_c = 3.5$ m
 - $h_d = 6.5$ m

Saturaciones analizadas:

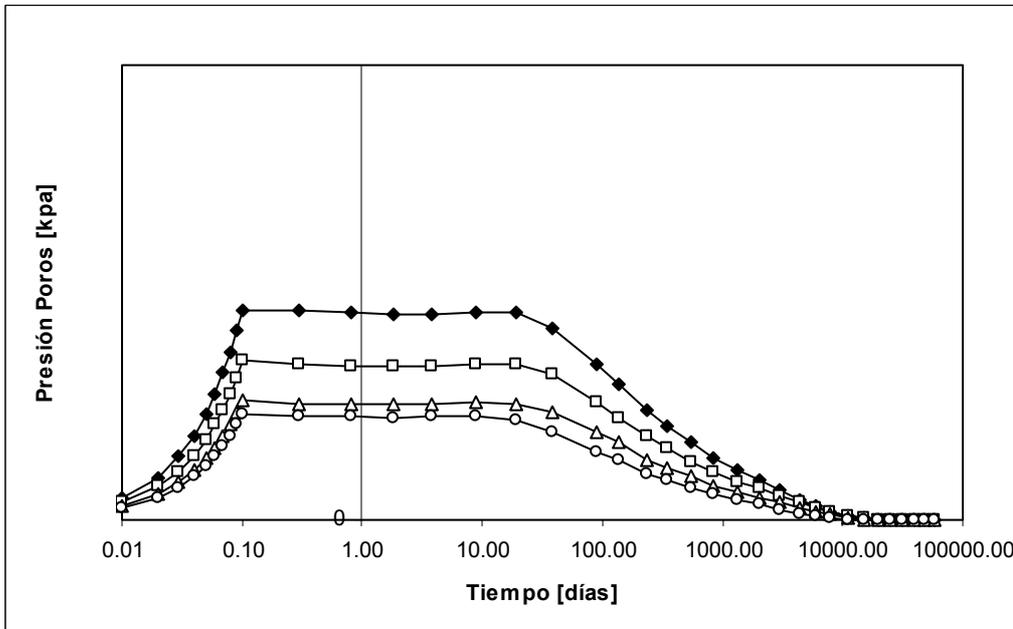
- $S_w = 1$
- $S_w = 0.95$
- △—△—△—△—△—△— $S_w = 0.85$
- $S_w = 0.6$
- ×—×—×—×—×—×— $S_w = 0$

- **Presiones de poro de agua**

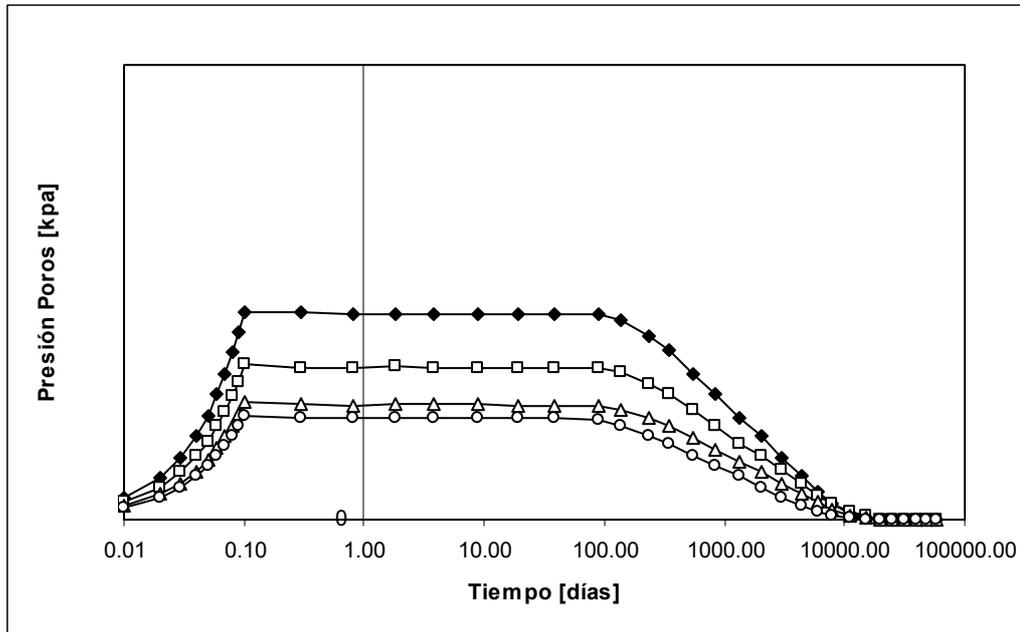
Altura $h_a = 0.5$ m



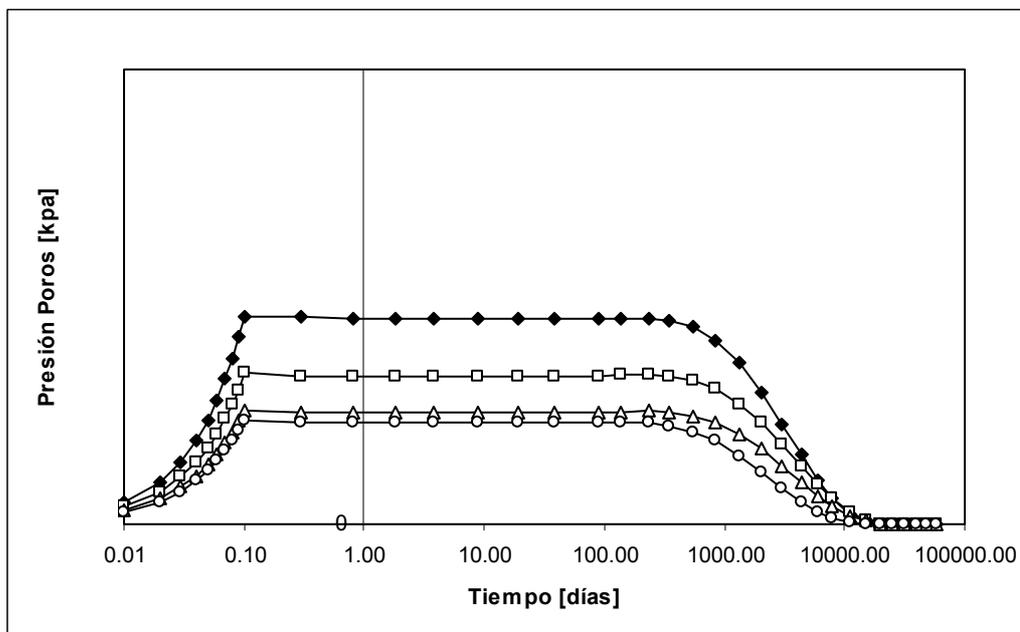
Altura $h_b = 1.5$ m



Altura $h_c = 3.5$ m

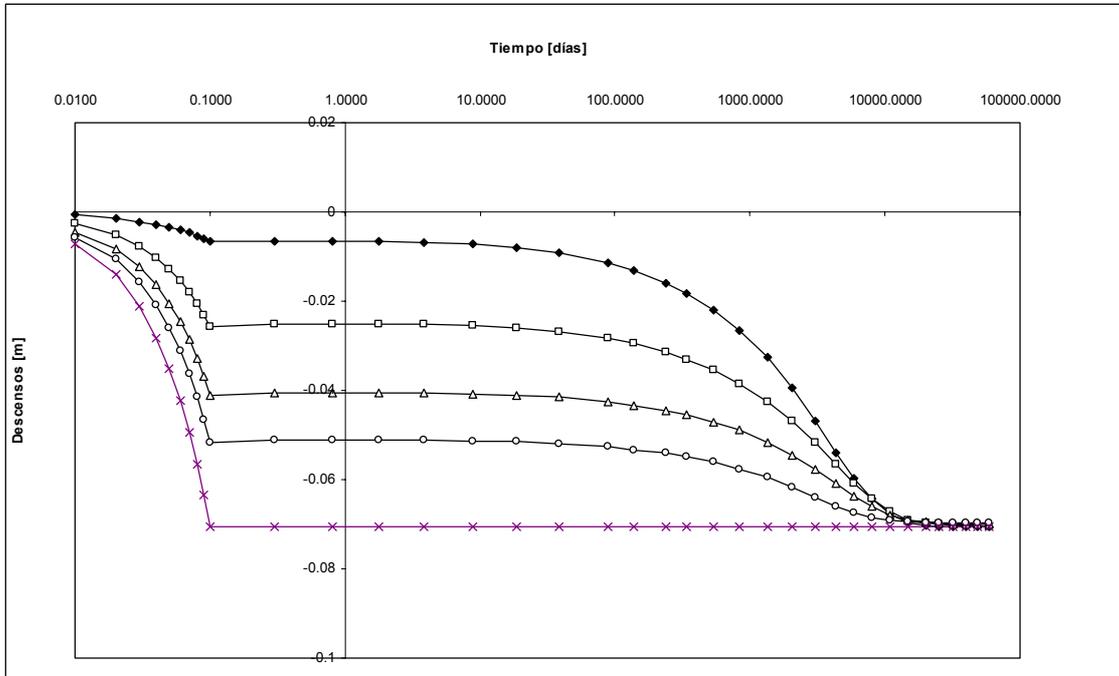


Altura $h_d = 6.5$ m

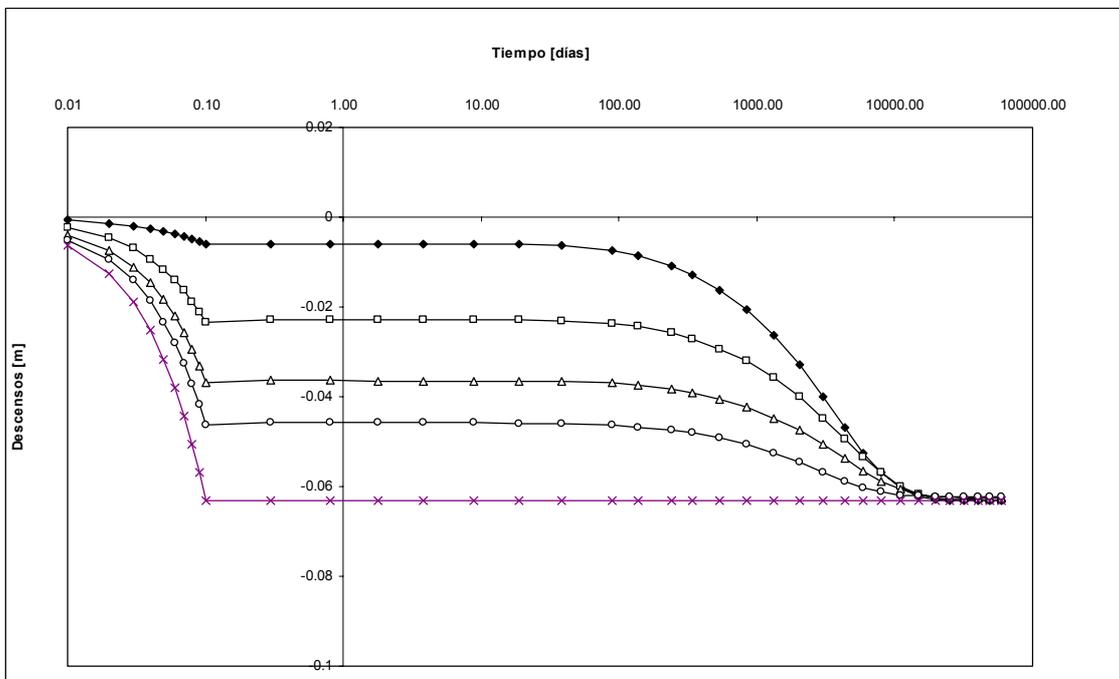


- **Descensos**

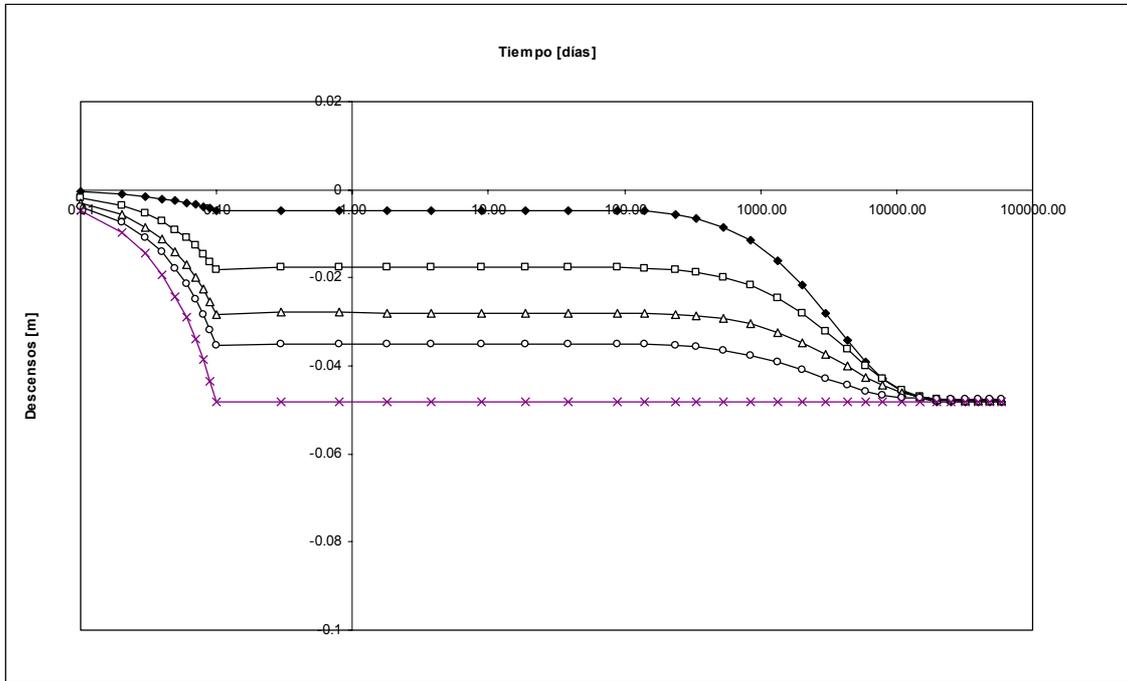
Altura $h_a = 0.5$ m



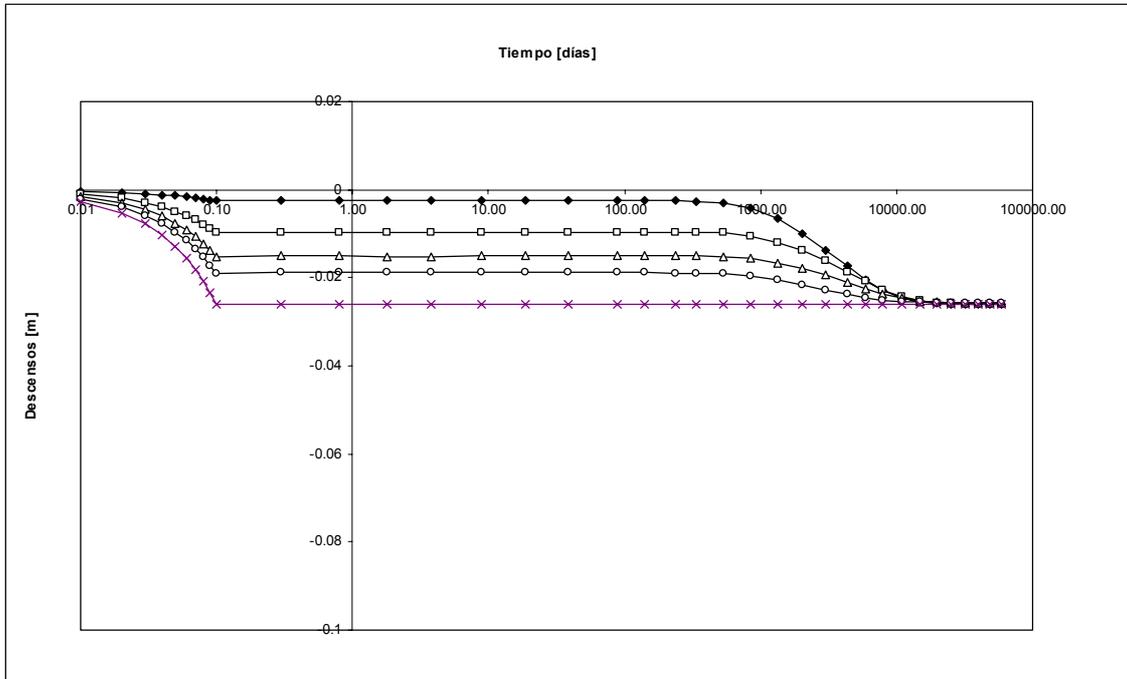
Altura $h_b = 1.5$ m



Altura $h_c = 3.5$ m



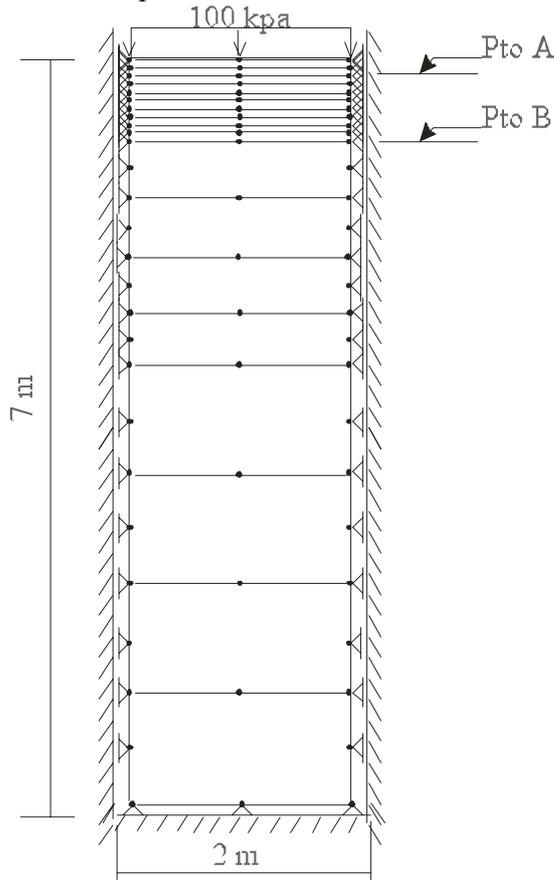
Altura $h_d = 6.5$ m



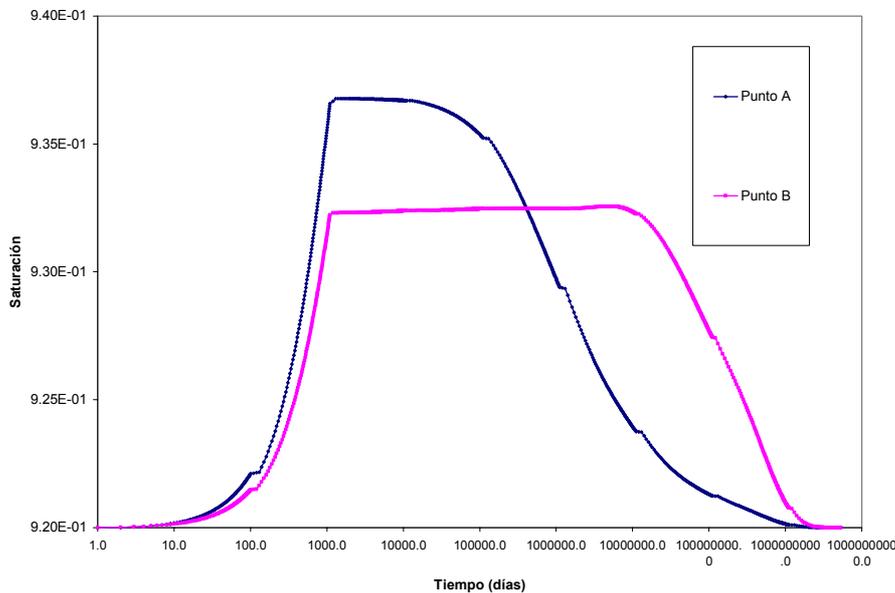
4.3- Ejemplo 2:

En este ejemplo se podrá observar el comportamiento de la saturación a medida que evoluciona la consolidación en una columna de columna de suelo similar a la anterior, para ser comparada cualitativamente como una versión isotérmica de la propuesta por Gawin –Baggio –Schrefler.

Datos del problema:



- Alto: $h = 7m$
- Ancho: $b = 2m$
- Carga: $q = 100kpa$
- Módulo de elasticidad: $E = 6Mpa$
- Coefficiente de Poisson: $\nu = 0.4$
- Ángulo de fricción interna(rad): $\phi = 0.1745$
- Cohesión: $C = 100kpa$
- Relación de vacíos inicial: $e = 0.6$
- Coef. Compresibilidad grano: $k_s = 1000000kpa$
- Coef. Compresibilidad fluido: $k_f = 100000kpa$
- Tiempo de aplicación de la carga: intervalos iniciales de 0.01 días durante los primeros 100 pasos, multiplicando por 10 cada 100 pasos hasta llegar a 10^7 días (10 intervalos)

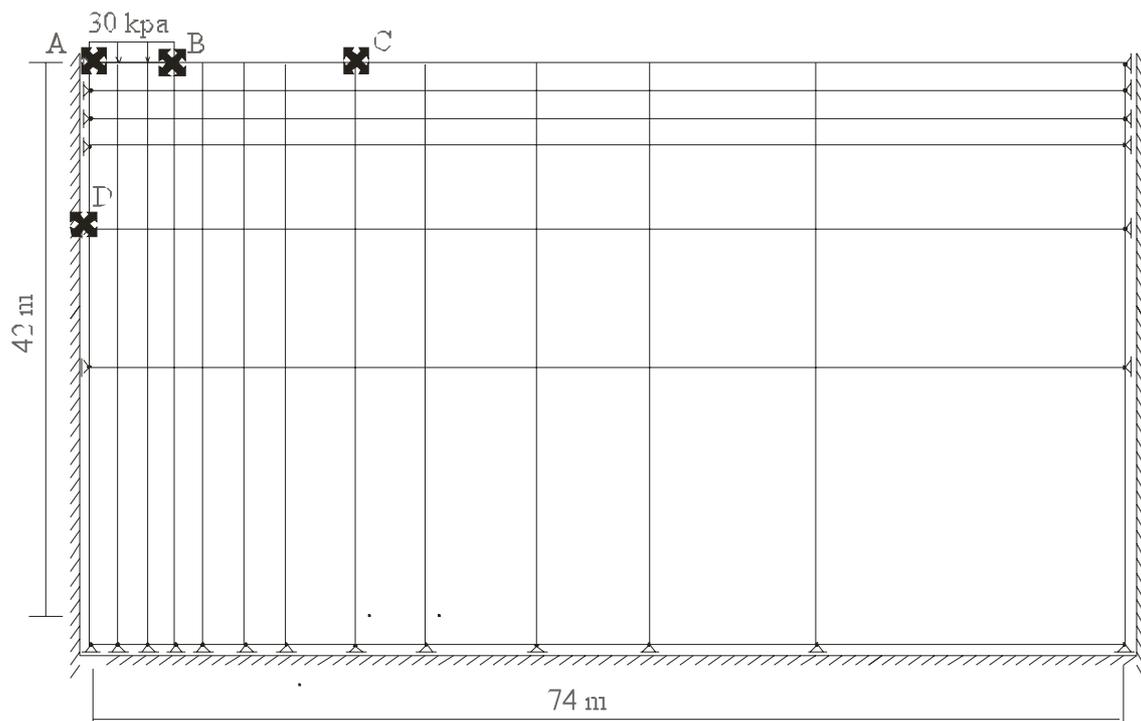


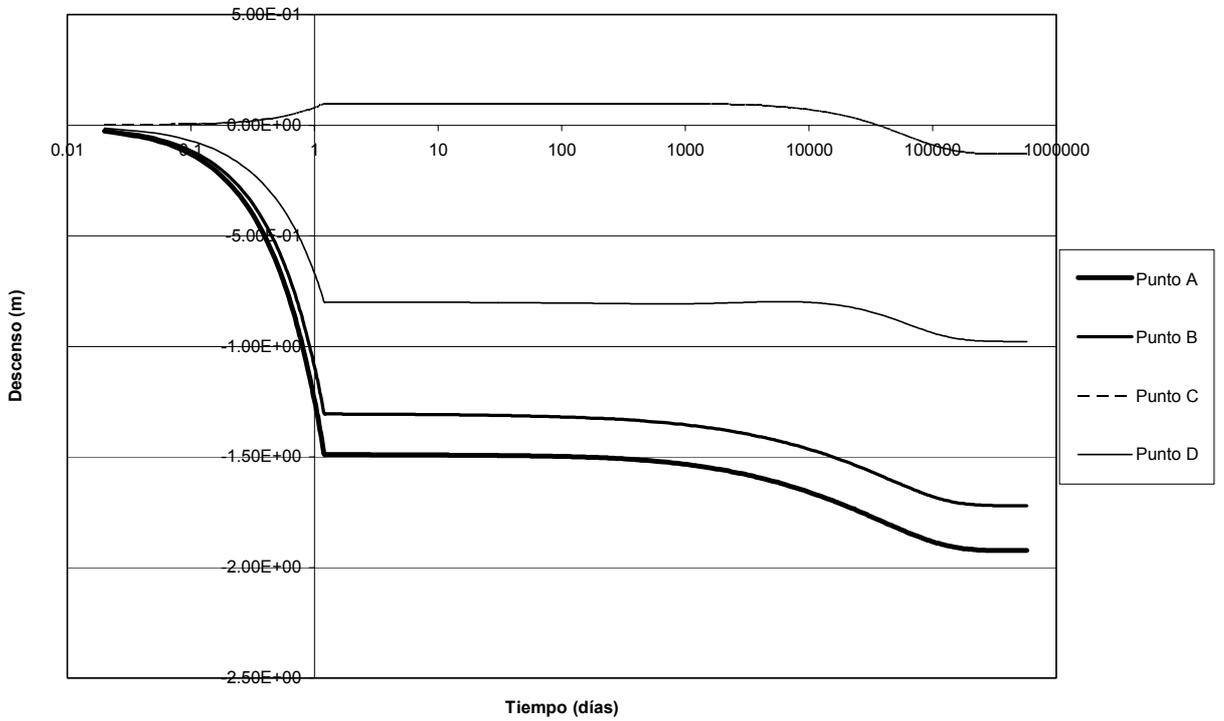
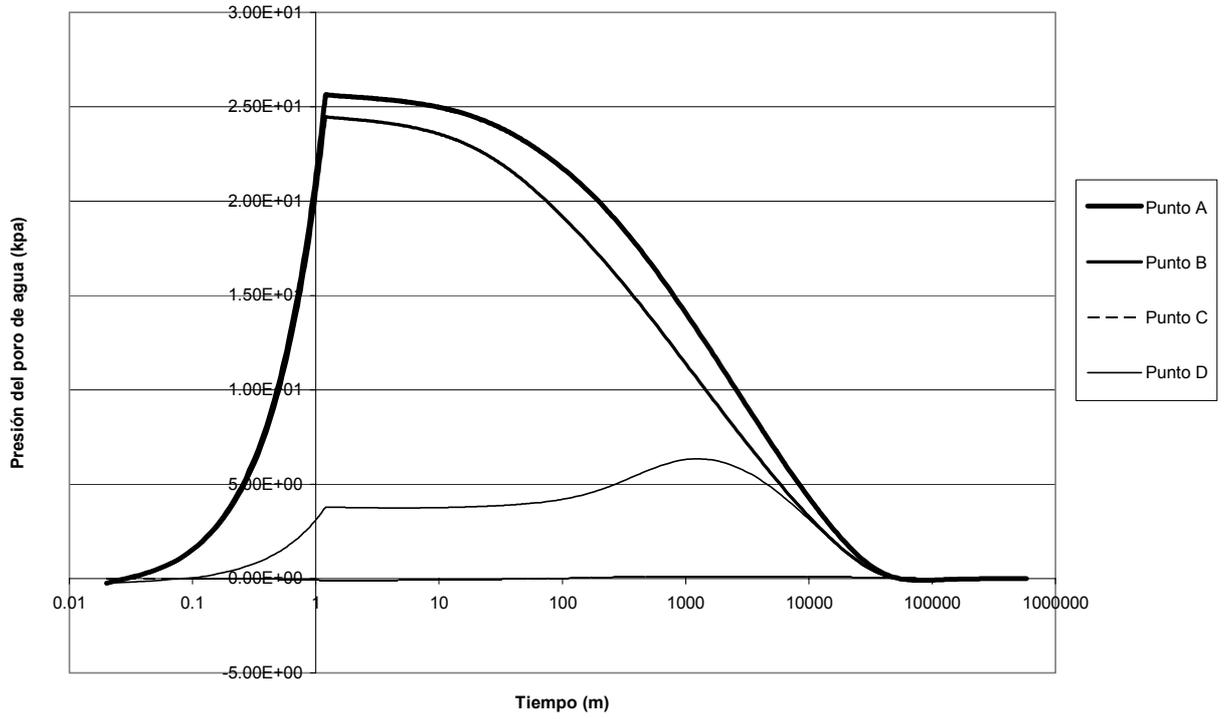
4.4- Ejemplo 3

Finalmente se presentarán los resultados obtenidos en el modelado de una zapata corrida y se graficarán los valores de descensos y presiones de poro de agua de cuatro puntos característicos de la masa de suelo

Datos del problema:

Semiancho de zapata:	$b = 3m$
Semiancho masa de suelo:	$B = 74m$
Alto masa de suelo:	$b = 42m$
Carga:	$q = 30kpa$
Módulo de elasticidad:	$E = 100kpa$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0.3$
Ángulo de fricción interna(rad):	$\phi = 0.1745$
Cohesión:	$C = 100kpa$
Relación de vacíos inicial:	$e = 0.6$
Coef. Compresibilidad grano:	$k_s = 1000000kpa$
Coef. Compresibilidad fluido:	$k_f = 100000kpa$
Tiempo de aplicación de la carga:	1.2 días





5.- Conclusiones y líneas futuras

Capítulo 5

Conclusiones y líneas futuras

Como se puede observar, la formulación propuesta deriva en un sistema de ecuaciones simétrico, lo que implica una implementación computacional menos compleja que las formulaciones no simétricas.

En cuanto a la descripción de las variables primarias, puede comprobarse a través de los ejemplos que la evolución en el tiempo de las deformaciones coincide cualitativamente con presentaciones de otros autores, como se puede observar en los número uno y tres, en los cuales mediante la comparación de descensos entre distintos puntos de la misma masa de suelo se observa que la relación de desplazamientos es compatible con la teoría de consolidación en suelos no saturados.

La descripción de las sobrepresiones del poro de agua no alcanzan a los obtenidos en el caso saturado, como es lógico, y para la misma carga adquiere valores menores para grados de saturaciones decrecientes, un detalle de esta comparación puede observarse en el ejemplo 1.

El grado de saturación varía con respecto al tiempo luego de ser aplicada la carga, manifestando un aumento hasta la aplicación completa de la misma y luego un descenso hasta el valor inicial como puede observarse en el ejemplo 2, esta variación de la saturación es actualizada para cada intervalo de tiempo en función de la succión, que a su vez se modifica a medida que lo hacen las presiones de poro de agua y de aire, pudiéndose comprobar ante el ejemplo presentado por Gawin Baggio Schrefler (que si bien modela consolidación no-isotérmica), que el comportamiento cualitativo era el correcto.

Los coeficientes a_{ii} se calculan a partir de pocos parámetros, los cuales se obtienen de laboratorio sin mayor esfuerzo, adicionando a la formulación saturada o bifásica sólo los de determinación

de la curva característica, saturación efectiva, distribución de granulometría.

Cabe destacar que al tender a la saturación total los valores de las incógnitas logradas se convierten en los mismos que se obtienen mediante la implementación de la formulación bifásica, ya sea saturada o seca, o sea que cuando el sistema trifásico suelo-aire-agua, tiende hacia el bifásico, suelo-agua, o suelo-aire, el comportamiento del programa es el esperado.

Es importante resaltar que la simplificación en cuanto a la obtención de los parámetros de laboratorio, y la simetría del sistema de ecuaciones no implicarían errores considerables, por lo que el modelo numérico propuesto se presenta como una alternativa interesante al momento de tomar una decisión de modelar el fenómeno de consolidación de suelos no saturados.

- **Líneas futuras**

El haber abordado el comportamiento bidimensional del suelo en estado no saturado, permite la generación de variadas líneas de investigación futuras, entre las que podemos detectar:

Calibración de parámetros para un óptimo modelado de suelos regionales, los cuales tienen características particulares como expansión y alta plasticidad.

Modelación de los parámetros a_{ij} teniendo en cuenta la variación de la saturación con respecto al tiempo dentro de la formulación, esto se logra excluyendo de los coeficientes los términos variables con la succión para ser derivados con respecto al tiempo y reagrupados dentro del set de ecuaciones, lo que generaría no simetría en el sistema.

La incorporación de un modelo de grandes deformaciones permitirá analizar mediante un modelo matemático el comportamiento no lineal físico y geométrico de la estructura de suelo sometido a cargas externas.

Además para extender el modelado del comportamiento a la totalidad de las cimentaciones es necesaria la ampliación del estado plano de deformaciones o tensiones al modelado espacial, mediante la incorporación de 3D.

Si bien la formulación del trabajo presentado es específica del modelado de consolidación en suelos no saturados, servirá de base para afrontar modificaciones que la hagan apta para modelar problemas geotécnicos ambientales como el de transporte de poluentes.

6.- Referencias

Capítulo 6

Referencias

- ATKINSON, J. H. and BRANSBY, P. L. (1978) *The mechanics of soils. An introduction to critical state soil mechanics*. University Series in Civil Engineering. Mc. Graw Hill, New York, USA.
- AWRUCH, A. M. y DI RADO, H. A. (1997) *Introducción al Método de los Elementos Finitos*. EUDENE.
- BIOT, M. A. (1941) *General Theory of three - dimensional consolidation*. Journal of Applied Physics.
- BIOT, M. A. (1956) *Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid*. Journal of Applied Physics.
- CARTER, P.; BOOKER, J. R. and SMALL, J. C. (1979) *The analysis of finite elasto-plastic consolidation*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.
- DI RADO, H. A. y AWRUCH, A. M. (1997) *Simulación Numérica de Procesos de Consolidación de Suelos Usando el Método de los Elementos Finitos*. Tesis de Magíster en Mecánica Aplicada al Análisis y Proyecto de Estructuras. Universidad Nacional del Nordeste.
- DI RADO, H. A., AWRUCH, A. M. & BENEYTO, P. A. (1998) *Consolidation in Saturated Porous Media. Implementation and Numerical Problems*. Computational Mechanics. New Trends and Applications. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE) and Fourth World Congress on Computational Mechanics. Buenos Aires. Argentina.
- DI RADO, H. A., AWRUCH, A. M., BENEYTO P. A. & MANZOLILLO, J. E. (1999) *Tópicos en el Análisis no Lineal Físico y Geométrico. Aplicaciones a Consolidación de Suelos*.

Sexto Congreso Argentino de Mecánica Computacional (MECOM 99). Mendoza, Argentina..

- DI RADO, H. A., AWRUCH, A. M., BENEYTO P. A., MANZOLILLO, J. E. *Análisis de Fundaciones Directas Usando el Método de Los Elementos Finitos*. Centro de Información Tecnológica (CIT). Chile.
- FREDLUND, D. G. and XING, A. (1994) *CEquations for the soil-water characteristic curve*. Can. Geotech. J. 31.521-532
- FREDLUND, D.G. and RAHARDJO H. (1993) *Soils Mechanics for unsaturated soils*, Wiley & Sons Inc.
- GAWIN, D.; BAGGIO, P. and SCHREFLER, B. A. (1995) *Coupled heat, water and gas flow in deformable porous media*. Int. Journal for numerical methods in fluids, vol 20, 969-987. John Wiley & Sons, London, U.K.
- HILL, R. (1950) *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, U. K.
- KHALILI, N.; KHABBAZ, M.H., (1995). *On the theory of three-dimensional consolidation in unsaturated soils*, Unsaturated soils.
- KIM, C. S.; LEE, T. S.; ADVANI, S. H. and LEE, J.K. (1993) *Hygrothermomechanical evaluation of porous media under finite deformations: Part I - finite element formulation*. International Journal for Numerical Methods in Engineering.
- KIM, C. S.; LEE, T. S.; ADVANI, S. H. and LEE, J.K. (1993) *Hygrothermomechanical evaluation of porous media under finite deformation; Part II: Model validation and field simulation*. International Journal for Numerical Methods in Engineering.
- LAMBE, T. W. & WHITMAN, R. V. (1979) *Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- LEWIS, R. W. ; SCHREFLER, B. A. and NORHAN A. R.(1997) *A Finite Element Analysis of multiphase immiscible flow in deforming porous media for subsurface systems*. Communications in numerical methods in eng.. J. Wiley & Sons, New York.
- LEWIS, R. W. ; SCHREFLER, B. A. and SIMONI, L. (1991) *Coupling versus uncoupling in soil consolidation*. Int. Journal for numerical methods in fluids, vol 15, 533-548. John Wiley & Sons, London, U.K.
- LEWIS, R. W. and SCHREFLER, B. A. (1987) *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*. J. Wiley & Sons, New York.
- LI, X.; THOMAS, H. R. and FAN, Y. (1999) *Finite element method and constitutive modelling and computation for unsaturated soils*. Computer Methods Appl. Mech Engrg. 169. Elsevier
- LLORET, A.; ALONSO, E (1980). *Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour*. Geotechnique, V.30, pp 449-477.
- LLORET, A.; LEDESMA, A., , (1993)*Unsaturated soils: recent developments and applications*. European courses.
- MALVERN, L. E. (1969) *Introduction to the Mechanics of a Continuum Medium*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.
- MANOHARAN & DASPGUTA (1995) *Consolidation Analysis of Elastoplastic Soil*. Computers & Structures.

- MAOSONG HUANG and ZIENKIEWICZ, O. C. (1998) *New Unconditionally Stable Staggered Solution Procedures For Coupled Soil – Pore Fluid Dynamic Problems*. International Journal For Numerical Methods in Engineering. John Wiley & Sons.
- NAYAK, G. C. and ZIENKIEWICZ, O. C. (1972) *Elasto Plastic stress analysis. A generation of various constitutive relations including strain softening*. International Journal For Numerical Methods in Engineering.
- OBEID, W.; GHASSAN, M. and ABDENOUR, A. (2001) *Mathematical formulation of thermo-hydro-mechanical coupling problem in non saturated porous media*. Computer Methods Appl. Mech. Engrg. 190. Elsevier.
- OWEN, D. R. J. and HINTON, E. (1980) *Finite Elements in Plasticity; Theory and Practice*. Pineridge Press Limited, Swansea, U. K.
- PRAGHER, W. (1961) *Introduction to Mechanics of Continua*. Ginn and Company.
- SIMONI, L. SALOMONI, V. and SCHREFLER, B.A. (1998) *Elastoplastic subsidence models with and without capillary effect*. Computer Methods Appl. Mech. Engrg. 171. Elsevier.
- SMITH & GRIFFITHS (1988) *Programming The Finite Element Method*. John Wiley & Sons, U.K.
- TERZAGHI, K. & PECK, R. B. (1986). *Mecánica de Suelos en la Ingeniería Practica*. Edit. El Ateneo.
- VILADKAR, M. N.; NOORZAEI, J. and GODBOLE, P. N. (1995) *Convenient forms of yield criteria in elasto-plastic analysis of geological materials*. Computer & Structures. Pergamon.
- XICHENG, W. and SCHREFLER, B. A. (1998) *CA multi-frontal parallel algorithm for coupled thermo-hidro-mechanical analysis of deforming porous media*. Int. Journal for numerical methods in fluids, vol 43, 1069-1083. John Wiley & Sons, London, U.K.
- YANG, D., RAHARDJO, E., LEONG, E. and CHOA, V. (1998) *Coupled model for heat , moisture, air flow, and deformation problems in unsaturated soils*. Journal of engineering mechanics.
- ZIENKIEWICZ, O. C. y TAYLOR, R. L. (1994). *El Método de los Elementos Finitos*. Mc. Graw – Hill.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; HUMPHESON, C. & LEWIS, R. W. (1975) *Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics*. Geotechnique.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; HUMPHESON, C. & LEWIS, R. W. (1977) *A unified approach to soil mechanics problems (including plasticity and viscoplasticity)*. In: Finite Elements in Geomechanics (Edited by Gudehus). John Wiley & Sons, London, U.K.
- ZIENKIEWICZ, O.C. and SHIOMI, T. (1984) *Dynamic behavior of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical simulation*. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics.